

Principios de
estadística
como apoyo en el
proceso judicial

Sistema Bibliotecario de la Suprema Corte de Justicia de la Nación Catalogación

PO

E670.113

P746p

Principios de estadística como apoyo en el proceso judicial / esta obra estuvo a cargo de la Unidad General de Conocimiento Científico y Derechos Humanos de la Suprema Corte de Justicia de la Nación ; investigación y redacción José Manuel Vilchis Conde y María Andrea Niño Rivera ; apoyo a la coordinación Cecelic Reséndiz Arias y Oliver Joaquín Giménez Héau ; revisión de contenido Estephania Zluhan Martínez, Areli León Pérez, Cecelic Reséndiz Arias ; elaboración de figuras Brisa Andrea Ramírez Calvo ; apoyo a la investigación José David Camaño Galván. -- Primera edición. -- Ciudad de México, México : Suprema Corte de Justicia de la Nación, 2024.
1 recurso en línea (xvi, 141 páginas :_ilustraciones, gráficas ; 22 cm.)

Material disponible solamente en PDF.

ISBN 978-607-552-514-3

1. Administración de justicia – Estadísticas – Interpretación – México 2. Interpretación jurídica – Decisiones judiciales 3. México. Suprema Corte de Justicia de la Nación – Base de datos – Estudio de casos I. Vilchis Conde, José Manuel, investigador, redactor II. Niño Rivera, María Andrea, investigadora, redactora III. Reséndiz Arias, Cecelic, colaboradora, revisora IV. Giménez Héau, Oliver Joaquín, colaborador V. Zluhan Martínez, Estephania, revisora VI. León Pérez, Areli, revisora VII. Ramírez Calvo, Brisa Andrea, ilustradora VIII. Camacho Galván, José David, colaborador IX. México. Suprema Corte de Justicia de la Nación. Unidad General de Conocimiento Científico y Derechos Humanos
LC KGF2501

Investigación y redacción: José Manuel Vilchis Conde y María Andrea Niño Rivera

Apoyo a la coordinación: Cecelic Reséndiz Arias y Oliver Joaquín Giménez Héau

Revisión de contenido: Estephania Zluhan Martínez, Areli León Pérez, Cecelic Reséndiz Arias.

Elaboración de figuras: Brisa Andrea Ramírez Calvo

Apoyo a la investigación: José David Camaño Galván.

Primera edición: noviembre de 2024

D.R. © Suprema Corte de Justicia de la Nación

Avenida José María Pino Suárez núm. 2

Colonia Centro, Alcaldía Cuauhtémoc

C.P. 06060, Ciudad de México, México.

Prohibida su reproducción total o parcial por cualquier medio, sin autorización escrita de los titulares de los derechos.

El contenido de los documentos que conforman esta obra es responsabilidad exclusiva de los autores y no representa en forma alguna la opinión institucional de la Suprema Corte de Justicia de la Nación.

Esta obra estuvo a cargo de la Unidad General de Conocimiento Científico y Derechos Humanos de la Suprema Corte de Justicia de la Nación.

La edición y el diseño estuvieron al cuidado de la Dirección General de la Coordinación de Compilación y Sistematización de Tesis de la Suprema Corte de Justicia de la Nación.

Principios de
estadística
como apoyo en el
proceso judicial

Suprema Corte de Justicia de la Nación

Ministra Norma Lucía Piña Hernández
Presidenta

Primera Sala

Ministro Jorge Mario Pardo Rebolledo
Presidente

Ministro Juan Luis González Alcántara Carrancá
Ministro Alfredo Gutiérrez Ortiz Mena
Ministra Loretta Ortiz Ahlf
Ministra Ana Margarita Ríos Farjat

Segunda Sala

Ministro Alberto Pérez Dayán
Presidente

Ministro Luis María Aguilar Morales
Ministra Lenia Batres Guadarrama
Ministra Yasmín Esquivel Mossa
Ministro Javier Laynez Potisek

Unidad General de Conocimiento Científico y Derechos Humanos

Alejandra Rabasa Salinas
Titular de la Unidad

Contenido

Introducción	XI
Reseñas curriculares	XV

Capítulo I

Principios de estadística:

interpretaciones para su uso en el ámbito judicial.....	1
A. El uso de la estadística en el análisis probatorio ...	5
B. El uso de la estadística en la interpretación de datos.....	6
C. Elementos de la estadística aplicada.....	8
I. Métodos de recolección de datos	9
1. Encuestas	9
2. Censos.....	10
3. Registros administrativos	11
II. Tipos de variables.....	12
1. Variables cuantitativas.....	13
2. Variables cualitativas.....	14
III. Técnicas de muestreo.....	15
1. Muestreos probabilísticos (aleatorios) ...	16
2. Muestreos no probabilísticos	17
Bibliografía	21

Capítulo II

Los gráficos y su significado.....	23
A. ¿Qué son los gráficos y para qué nos sirven?.....	25
I. Gráfico de barras	26
II. Gráfico de líneas.....	27
III. Diagramas de pastel.....	29
IV. Diagrama de dispersión	31
V. Histograma.....	34
VI. Diagrama de caja y bigotes	35
B. Ejemplo del uso de los gráficos como descriptores de los datos.....	37
I. Gráfico de barras	39
II. Gráfico de líneas.....	40
III. Diagrama de pastel	41
IV. Diagrama de dispersión	42
V. Histograma.....	44
VI. Diagrama de caja y bigotes	45
1. Diagrama de caja y bigotes para una variable.....	45
2. Diagrama de caja y bigotes para más de una variable	47
VII. Conclusiones del ejemplo.....	49
C. El uso de gráficos para la visualización de datos en casos jurídicos	49
I. El uso de gráficos de barras horizontales y verticales como herramienta de visualización de datos estadísticos en contextos judiciales...	50
II. Gráficos de líneas como herramienta para visualizar diferencias en las penas de diferentes delitos	52

III. El gráfico de pastel para visualizar proporciones entre hombres y mujeres	53
IV. Uso de gráficos compuestos en proyectos de sentencia.....	54
D. Consideraciones finales	56
Bibliografía	57

Capítulo III

Estadística descriptiva.....	59
A. Medidas de tendencia central	64
I. Principales medidas de tendencia central.....	64
1. Media	64
2. Moda.....	65
3. Mediana	65
II. Ejemplo del cálculo de medidas de tendencia central	67
1. Media	68
2. Moda.....	69
3. Mediana con una muestra impar	69
4. Mediana con una muestra par.....	70
5. Interpretación de las medidas de tendencia central	71
III. Las medidas de tendencia central en la toma de decisiones jurídicas	72
1. El uso del promedio en un caso de desigualdad en las labores de cuidado ...	72
2. La mediana como un indicador de la brecha salarial en México.....	74
3. El uso de la moda en las pruebas sobre los niveles de níquel en la orina...	75
IV. Recapitulación.....	76

B.	Medidas de posición.....	77
I.	Principales medidas de posición.....	78
1.	Cuartiles.....	78
2.	Deciles.....	80
3.	Percentiles.....	81
II.	Ejemplo de cálculo de las medidas de posición.....	82
III.	Las medidas de posición en la toma de decisiones jurídicas.....	83
1.	Amparo directo en revisión 8314/2019...	83
IV.	Recapitulación.....	84
C.	Medidas de dispersión o variabilidad.....	85
I.	Descripción de las métricas.....	86
1.	Rango.....	86
2.	Distancia intercuartil.....	87
3.	Varianza.....	88
4.	Desviación estándar.....	90
II.	Ejemplo de cálculo de las medidas de dispersión.....	93
1.	Rango.....	93
2.	Varianza.....	94
3.	Desviación estándar.....	95
4.	Interpretación de las medidas de dispersión.....	95
III.	Las medidas de dispersión en la toma de decisiones jurídicas.....	96
1.	Desproporcionalidad en el cobro de servicios de búsqueda, copias simples y certificadas. Acción de inconstitucionalidad 76/2023 y sus acumuladas 80/2023 y 83/2023.	96

2. El uso de la desviación estándar como indicador de la relación entre el empleo y la violencia	98
D. Consideraciones finales	99
Bibliografía	101

Capítulo IV

Estadística inferencial.....	103
A. Conceptos de la probabilidad aplicada	107
B. De la probabilidad a la inferencia.....	113
I. Estimaciones puntuales	115
II. Intervalos de confianza.....	116
III. Pruebas de hipótesis	119
IV. Pruebas estadísticas y sus supuestos	121
V. Valor de probabilidad	122
VI. Tipos de error.....	125
1. Error estándar.....	127
VII. Visualización de la incertidumbre.....	129
C. El uso de la estadística inferencial en el ámbito jurisdiccional.....	132
I. Los intervalos de confianza en un contexto pericial.....	132
II. El uso de la estadística inferencial en un caso de acceso a la salud.....	134
III. Error estadístico asociado en pruebas de dopaje.....	136
D. Consideraciones finales	137
Bibliografía	139

Introducción

En la presente obra, estructurada en cuatro capítulos, se abordan algunas de las principales herramientas utilizadas para la interpretación de datos estadísticos, elementos que con frecuencia se encuentran a lo largo del proceso de construcción de las decisiones judiciales de muy diversas maneras. Con el objetivo de enriquecer el análisis y ofrecer ejemplos prácticos, se llevó a cabo una consulta en la base de datos de la Suprema Corte de Justicia de la Nación (SCJN), con el propósito de identificar qué tipo de información estadística es recurrentemente citada en las sentencias emitidas por esta institución. Los resultados obtenidos de esta búsqueda no solo proporcionan un marco de referencia real y actual, sino que también han sido incorporados como ejemplos representativos en los distintos capítulos del libro, permitiendo al lector una comprensión más profunda de cómo se aplican las estadísticas en el contexto jurídico.

El primer capítulo, titulado “Principios de estadística: interpretaciones para su uso en el ámbito judicial”, presenta algunos de los usos de la estadística en el contexto judicial. A lo largo del capítulo, se

exploran dos grandes aplicaciones de la estadística mediante el análisis de dos casos icónicos. Además, se introducen conceptos fundamentales de estadística aplicada, que servirán como guía para comprender los componentes clave necesarios para aplicar e interpretar correctamente esta herramienta que es tan variada y útil en diversos contextos.

Posteriormente, el segundo capítulo, “Los gráficos y su significado”, comienza definiendo los principales tipos de gráficos que se puede utilizar, así como su función en la comunicación de datos. Además, se muestran ejemplos de cómo se elaboran, así como sus componentes básicos, desde los gráficos de barras, pastel, líneas e histogramas, llegando a otro tipo de gráficos más complejos como el diagrama de caja y bigotes. Finalmente, en este capítulo se analizan gráficos que han sido utilizados en sentencias de la Suprema Corte de Justicia de la Nación como una herramienta para sintetizar y destacar información relevante, apoyando la argumentación jurídica.

El tercer capítulo, “Estadística descriptiva”, comienza definiendo esta rama de la estadística, así como algunos de los usos que tiene. Posteriormente el capítulo se divide en diferentes secciones, en las cuales se explican algunas métricas dentro de la estadística descriptiva como las medidas de tendencia central, las medidas de posición y las de dispersión. Dentro de cada uno de estos apartados se define cada una de las métricas, explicando la manera en la cual pueden calcularse; se ofrece un breve ejemplo de cómo se puede obtener de manera práctica y, finalmente, se ejemplifica su uso en el ámbito judicial, enfatizando la interpretación vista desde una perspectiva estadística y relacionándola con la decisión tomada por las Ministras y los Ministros de este Alto Tribunal.

Finalmente, en el cuarto capítulo, “Estadística inferencial”, se exponen los principales usos que tiene esta rama de la estadística, haciendo énfasis en la diversidad de posibilidades que se pueden plantear a través de las diferentes herramientas. Se explora el significado y uso de los estimadores puntuales e intervalos de confianza, las pruebas de hipótesis, la interpretación de las pruebas estadísticas y el error asociado.

Reseñas curriculares

José Manuel Vilchis Conde

Biólogo por la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Autónoma de México y Maestro en Ciencias Biológicas por el Instituto de Biología de la misma Universidad. Actualmente, forma parte de la Unidad General de Conocimiento Científico para los Derechos Humanos de la Suprema Corte de Justicia de la Nación.

Ha colaborado en diversas publicaciones en revistas arbitradas y de divulgación, además de participar como ponente en foros nacionales e internacionales. Sus intereses se enfocan en la taxonomía aplicada a la conservación de fauna, el uso del conocimiento científico en la toma de decisiones y la comunicación de la ciencia.

María Andrea Niño Rivera

Licenciada en Derecho con especialización en Derecho Constitucional por la Universidad Autónoma de Querétaro. Actualmente cursa la

Maestría en Derechos Humanos y Garantías en el Instituto Tecnológico Autónomo de México, donde se encuentra en proceso de titulación. Forma parte de la Suprema Corte de Justicia de la Nación, donde colabora en la Unidad General de Conocimiento Científico y Derechos Humanos.

El uso de la estadística es cada vez más común en las diferentes ramas del conocimiento, pues presenta una serie de herramientas que la hacen sumamente versátil para la descripción, análisis y visualización de datos. Ya sea desde áreas como las ciencias sociales, donde se utiliza para interpretar fenómenos sociales y tendencias, hasta las ciencias naturales, en las que permite analizar grandes volúmenes de datos provenientes de experimentos y observaciones. También es fundamental en campos como la economía, para la toma de decisiones basada en datos, y en la salud, para evaluar la eficacia de tratamientos o estudiar la distribución de enfermedades. La capacidad de sintetizar información compleja en conclusiones claras y útiles hace de la estadística una herramienta cada vez más socorrida por múltiples áreas del conocimiento.

El derecho no es la excepción, ya que en diversos aspectos de su práctica se relaciona con la estadística. Ya sea en el análisis de pruebas periciales, la formulación de argumentos para la toma de decisiones o la visualización de datos con fines informativos, el conocimiento de la estadística se ha convertido en una herramienta muy útil y práctica para quienes operan en el ámbito de la justicia.

Si bien hay materias en las que el uso de valores estadísticos podría parecer casi obligatorio, como el derecho fiscal o laboral, esta herramien-

ta no es exclusiva de estas materias. Por ejemplo, en materia penal, se utiliza en la evaluación de pruebas periciales (como las pruebas de balística) o en el derecho familiar (para pruebas de ADN que evalúan el parentesco). También se aplica en la materia ambiental, por ejemplo, en informes sobre las tendencias de emisiones de gases de efecto invernadero. Incluso en el derecho mercantil, la estadística es relevante para analizar patrones de insolvencia o quiebras empresariales, ayudando a prever riesgos financieros.

No debemos pasar por alto que la estadística ha sido fundamental también en la protección de los derechos humanos. A través de estudios que abarcan desde la escala local hasta el ámbito nacional e internacional, la Suprema Corte de Justicia de la Nación ha empleado diversas herramientas estadísticas para sustentar sus decisiones en múltiples sentencias. Estas van desde la protección del derecho a un sistema de salud para las personas trabajadoras del hogar, hasta el análisis de la proporcionalidad de la edad establecida en la legislación sobre pensiones por retiro. También se ha utilizado estadística en la revisión de la heterogeneidad de penas en los códigos penales de las entidades federativas para delitos relacionados con el incumplimiento de pensiones alimentarias, y en garantizar el acceso a medicinas en el sector salud. Estas son solo algunas de las muchas decisiones que han contado con el uso de diversas herramientas estadísticas.

Para comprender de manera más concreta cómo la estadística ha sido utilizada en el ámbito jurídico, a continuación, se explorarán dos casos significativos. El primero es el caso *Frye*,¹ que sentó precedentes sobre la admisibilidad de pruebas científicas en tribunales, marcando

¹ Court of Appeals of the District of Columbia, *Frye v. United States*, 293 F. 1013, 1014 (diciembre, 1923).

el inicio del uso de análisis estadísticos en la valoración de pruebas y siendo uno de los primeros antecedentes del derecho internacional donde se cuestiona la validez de una prueba pericial. El segundo ejemplo es el amparo directo 9/2018 de la SCJN, en el cual la Segunda Sala resolvió la inconstitucionalidad de excluir a las trabajadoras del hogar del régimen obligatorio del Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS), una decisión fundamentada en el análisis de datos que evidenciaron la discriminación hacia este sector, predominantemente hacia las mujeres.² Estos ejemplos nos permitirán observar cómo la estadística ha participado en decisiones judiciales clave.

A. El uso de la estadística en el análisis probatorio

En 1923, el caso *Frye v. United States* se convirtió en un hito en la relación entre la ciencia y el sistema judicial. Frye, acusado de asesinato, presentó una prueba precursora al polígrafo (o detector de mentiras) para respaldar su defensa. Sin embargo, el tribunal cuestionó la validez de esta prueba, señalando que no era ampliamente aceptada en la comunidad científica. Como resultado, la evidencia fue desestimada.³ Este caso subraya la importancia de evaluar críticamente las pruebas científicas y estadísticas en el ámbito legal, además de subrayar la necesidad de una correcta interpretación de los datos, pues estas pueden influir en decisiones judiciales.

Es importante señalar que, desde el caso Frye hasta la actualidad, la ciencia y la tecnología han avanzado de maneras inimaginables,

² Amparo directo 9/2018, Ministro Ponente Alberto Pérez Dayán, 5 de diciembre de 2018.

³ Court of Appeals of the District of Columbia, *Frye v. United States*, 293 F. 1013, 1014 (diciembre, 1923).

diversificando sus múltiples aplicaciones. Ejemplo de ello es el desarrollo durante el siglo XX y XXI de las ciencias forenses, que han implementado diferentes herramientas, como las pruebas de ADN, balística, toxicología, entre otras. Sin embargo, hay que señalar que el avance en estas materias no ha sido sencillo, pues se ha cuestionado en múltiples momentos la validez, fiabilidad y utilidad de las diferentes pruebas. Es por lo anterior que, en la búsqueda de las decisiones mejor informadas y sustentadas, surge la necesidad de evaluar con mayor rigurosidad y criterio las pruebas que se puedan presentar.

En este contexto, la estadística ofrece herramientas que permiten evaluar, comparar, inferir y validar la evidencia presentada. Mediante métodos estadísticos, es posible analizar los datos de manera objetiva, proporcionando una base sólida para la interpretación de resultados. Estos métodos permiten conocer la fiabilidad y el margen de error, lo que facilita su uso como criterios para una evaluación adecuada.

B. El uso de la estadística en la interpretación de datos

Otro uso frecuente de la estadística es mediante cifras como porcentajes o proporciones, las cuales se emplean para formular o fortalecer argumentos. Este recurso se puede observar en las decisiones plasmadas en sentencias de tribunales a lo largo de todo el mundo. La Suprema Corte de Justicia de la Nación no es la excepción, pues en múltiples sentencias ha utilizado diferentes recursos estadísticos.

El amparo directo 9/2018 es un ejemplo de esto, donde la Segunda Sala de la Suprema Corte de Justicia de la Nación consideró inconstitucional que los patrones no estén obligados a inscribir a las empleadas

domésticas ante el Instituto Mexicano del Seguro Social.⁴ A lo largo de esta sentencia se incluyen datos del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) y de la Organización Internacional de Trabajo (OIT) con las cuales se evidencia la desigualdad de condiciones que existen hacia las trabajadoras domésticas, pues están expuestos a: “condiciones que están lejos del concepto de trabajo decente”.⁵ Además, en la sentencia se hace énfasis en que la OIT señala que este tipo de trabajo en general no cuenta con cobertura de los sistemas de seguridad social para las personas que lo ejercen. Otro de los principales argumentos, que se refuerza con datos estadísticos, es el de la desigualdad entre hombres y mujeres que representa la falta de seguridad social para personas trabajadoras del hogar, pues según la OIT: “80 por ciento de las personas en el sector de trabajo doméstico son mujeres”,⁶ mientras que según el INEGI es alrededor del 90 por ciento.

Esta sentencia es un claro ejemplo de cómo el uso de cifras estadísticas bien fundamentadas puede fortalecer los argumentos, pasando de una perspectiva local a una nacional, e incluso regional o global. Sin embargo, para alcanzar este nivel de interpretación, debemos comprender los fundamentos que sustentan estas cifras, lo que facilita un análisis más profundo y objetivo.

Es por ello por lo que surge la necesidad de facilitar a los operadores de justicia herramientas que, sin profundizar demasiado en cada disciplina, les permitan analizar, interpretar y tomar decisiones de manera informada sobre el alcance de los datos. A continuación, exploraremos

⁴ Amparo directo 9/2018, Ministro Ponente Alberto Pérez Dayán, 5 de diciembre de 2018.

⁵ *Id.*

⁶ *Ibid.*, p. 23.

algunos conceptos técnicos que son importantes para comprender cómo aplicar el análisis estadístico de manera efectiva, particularmente facilitando la interpretación del análisis de datos.

C. Elementos de la estadística aplicada

La estadística es un campo del conocimiento que se basa en la teoría de la probabilidad y en matemáticas para poder hacer observaciones sobre un conjunto de datos y hacer hipótesis e inferencias dentro y entre poblaciones. En general se pueden reconocer dos grandes subdivisiones de la estadística: la teórica y la práctica. Como su nombre lo indica, la estadística teórica se encarga de la revisión de los fundamentos matemáticos. Por otra parte, la estadística práctica o aplicada se encarga de poder resolver preguntas que se plantean desde diversas ciencias o tecnologías.

Es precisamente la rama de la estadística aplicada con la que solemos convivir en el día a día, pues gracias a su amplia gama de pruebas y herramientas, permite poder plantear y contestar una amplia variedad de preguntas de prácticamente cualquier tema, siempre y cuando estas se encuentren relacionadas con datos. Se basa en el planteamiento de problemas o preguntas, la recolección de datos y el análisis de estos.

Para poder entender el cómo se obtienen los resultados a través del análisis de datos, hay que comenzar a explicar algunas de las generalidades asociadas a esta rama de la estadística. Para ello, conoceremos algunas de las herramientas a través de las cuales suelen colectarse datos para estudios estadísticos, los diferentes tipos de muestreo que se utilizan para la selección de la población, los diferentes tipos de datos y algunas de las divisiones de la estadística aplicada.

1. Métodos de recolección de datos

Una de las principales funciones de la estadística aplicada es la de proporcionar datos sobre una muestra o una población, esto a través de diferentes herramientas que van de lo descriptivo a lo inferencial. Sin embargo, para poder llegar a los resultados estadísticos, es importante la obtención de los datos, ya que estos son la materia prima para este tipo de estudios.

Salvo algunas excepciones, en general poder tener los datos de una población en su totalidad puede resultar una tarea casi imposible, es por lo anterior que existen herramientas que buscan, de diferentes maneras, optimizar la recolección de datos. Dependiendo de la escala, el alcance, los recursos y los objetivos, será la elección de alguno de estos métodos. Si bien hay una gran variedad de herramientas, a continuación, conoceremos algunos de los métodos de recolección de datos que podemos encontrar con mayor frecuencia en el ámbito jurídico.

1. Encuestas

Las encuestas son un método descriptivo utilizado para recopilar información o percepciones de una población sobre un tema de interés. A pesar de coleccionar la información directamente de las personas, ya sea a través de un método oral o escrito, se consideran una forma de observación no directa, ya que dependen de las respuestas proporcionadas por los participantes en lugar de observar el fenómeno directamente. Esto permite obtener datos de manera eficiente sin necesidad de interactuar directamente con los hechos o eventos.⁷ Este

⁷ Torres, Mariela, "Métodos de recolección de datos para una investigación", *Boletín electrónico*, núm. 3, Universidad Rafael Landívar, 2019.

tipo de método de recolección de datos se basa en un cuestionario con el cual se busca recabar la información objetivo del estudio.⁸

Debido a su capacidad para analizar grandes volúmenes de datos, las encuestas son especialmente útiles cuando se trabaja con poblaciones grandes. También se emplean para obtener información acerca de experiencias, intereses, motivos, preferencias u opiniones de los individuos que conforman la población, proporcionando una visión amplia de los temas estudiados.⁹

En México, el Instituto Nacional de Geografía y Estadística (INEGI) genera un importante número de encuestas temáticas con las cuales busca coleccionar y difundir información de diferentes aspectos de la sociedad mexicana. Algunos ejemplos que pueden resultar de particular interés en temas de acceso a la justicia son la Encuesta Nacional de Población Privada de la Libertad (ENPOL), la Encuesta Nacional de Victimización y Percepción sobre Seguridad Pública (ENVIPE), la Encuesta Nacional de Trabajo Infantil (ENTI), la Encuesta Nacional sobre Diversidad Sexual y de Género (ENDISEG), entre otras.¹⁰

2. Censos

Un censo es un método de recolección de datos en el que se busca coleccionar la información de todos los integrantes de una población, es decir, es una herramienta de gran magnitud y exhaustiva. Este tipo

⁸ Useche, María *et al.*, “Proceso de recolección de datos cuali-cuantitativos”, en *Técnicas e instrumentos de recolección de datos cuali-cuantitativos*, Universidad de la Guajira, 2019, pp. 29 y ss.

⁹ Torres, Mariela, *op. cit.*, 2019.

¹⁰ INEGI, “Programas de información”, 2024. Disponible en: «<https://www.inegi.org.mx/programas/>».

de instrumentos resulta especialmente importante en estudios que requieren de un conocimiento detallado de la estructura poblacional o bien de la distribución de los valores de alguna característica en particular.¹¹

En México, los censos nacionales de población buscan analizar información que permita conocer la estructura de la población, así como características sociodemográficas.¹² Estos instrumentos son realizados por el INEGI y algunos ejemplos son: los Censos y Conteos de Población y Vivienda, el Censo de Alojamientos de Asistencia Social, los Censos Económicos y los Censos de Gobierno a niveles estatales y federales.¹³

3. Registros administrativos

Otro de los métodos de recolección de datos de especial interés en el contexto de los procesos judiciales es a través de los registros administrativos. Los registros administrativos son fuentes de datos generadas periódicamente por instituciones, y que, a través de herramientas como formularios, fichas o expedientes, colectan y archivan información sobre personas, hechos, procesos y competencias de la gestión.¹⁴ A diferencia de las encuestas y los censos, la estructura de los registros administrativos puede ser diferente, pues no se basa necesariamente en la realización de cuestionarios, ya que no están pensados como

¹¹ Gleason, Rubén, “Instituciones que recolectan y proporcionan información estadística en México”, *Revista Mexicana de Ciencias Políticas y Sociales*, vol. 9, núm. 33, 1963, pp. 277-293.

¹² *Id.*

¹³ INEGI, Programas de información, 2024, *cit.*

¹⁴ Gauna, Nora *et al.*, “Los registros administrativos en la construcción y consolidación del Sistema Estadístico de la Ciudad”, *Población de Buenos Aires*, vol. 17, núm. 29, 2020, pp. 43-52.

una fuente de información únicamente con fines estadísticos. Este tipo de datos puede provenir de conteos, inventarios o registros.¹⁵

En México, cada una de las instituciones públicas tiene la responsabilidad de generar y gestionar sus registros administrativos, por lo cual es posible acceder a este tipo de información para los fines que sean requeridos. Sin embargo, con el fin de poder concentrar información que pueda resultar de interés, existe un portal de “Datos Abiertos” del Gobierno de México,¹⁶ donde se recopila la información de las diferentes instituciones gubernamentales y en el cual se puede encontrar información de diferentes categorías, como lo es salud, economía, desarrollo, seguridad y justicia, educación, entre otros.

En la sección anterior se describieron y ejemplificaron los principales métodos de recolección de datos, como censos, encuestas y registros administrativos. Mientras que los censos buscan recolectar datos de toda la población, las encuestas y los registros administrativos suelen trabajar con una parte de ella.

Una vez definidos los principales métodos de recolección de datos, es importante comprender los tipos de variables que se generan a partir de estos datos. Las variables pueden clasificarse en diferentes categorías, lo que influye directamente en la forma en que se analizan y en qué tipo de muestreo o análisis se puede aplicar.

II. Tipos de variables

Una variable es un componente esencial en cualquier trabajo estadístico. Se refiere a un atributo, característica o propiedad que varía

¹⁵ *Id.*

¹⁶ Gobierno de México, “Datos abiertos”, 2024. Disponible en «<https://datos.gob.mx/busca/dataset>».

entre los miembros de una población. Es decir, una variable es cualquier característica que se puede medir o registrar.¹⁷ Debido a la gran cantidad de variables posibles, se clasifican en diferentes categorías para facilitar su análisis y manejo. Una primera clasificación distingue entre variables cualitativas y cuantitativas. Es importante conocer el tipo de variables con el que se trabaja, ya que esto determina, por ejemplo, la elección de técnicas de muestreo, la selección de gráficos para su representación y las pruebas estadísticas que pueden utilizarse. A continuación, se describen algunos tipos de variables.^{18 y 19}

1. Variables cuantitativas

Se refiere a aquellas variables que pueden contarse o medirse de manera numérica. Algunos ejemplos de este tipo de variables son la edad de una persona, la temperatura o el número de hospitales en una ciudad. Estas, a su vez, se pueden dividir en:

- *Discretas*: variables que solo adquieren valores enteros, es decir, que no se pueden fraccionar. Por ejemplo: número de personas (no se puede tener una fracción de personas), número de publicaciones, número de sentencias o número de países que ratificaron un tratado.
- *Continuas*: variables que pueden adquirir cualquier valor dentro de un rango, incluyendo valores decimales. Estas

¹⁷ Feroze, Kaliyadan *et al.*, “Types of Variables, Descriptive Statistics, and Sample Size”, *Indian Dermatology Online Journal*, vol. 10, núm. 1, 2019, pp. 82-86.

¹⁸ Carballo, Miriam *et al.*, “Algunas consideraciones acerca de las variables en las investigaciones que se desarrollan en educación”, *Revista Universidad y Sociedad*, vol. 8, núm. 1, 2016, pp. 140-150.

¹⁹ Espinoza, Eduardo, “Las variables y su operacionalización en la investigación educativa. Parte I”, *Conrado*, vol. 14, núm. 65, 2018, pp. 39-49.

variables permiten una secuenciación, lo que significa que entre dos valores cualesquiera siempre puede haber un valor intermedio. Por ejemplo: la temperatura, el tiempo que tarda un autobús en hacer su recorrido, la cantidad de agua suministrada al día a un hogar o el nivel de ingresos de las personas.

2. Variables cualitativas

Se refieren a aquellas variables que describen una cualidad, atributo o característica de un objeto o individuo. Estas variables no expresan cantidades, sino que clasifican a los objetos o individuos en diferentes categorías o grupos. No se pueden medir numéricamente, pero sí agruparse o categorizarse. Ejemplos de estas variables son el sexo, el nivel de estudios y el estado civil. Estas pueden dividirse en:

- *Nominales*: variables que representan categorías que no presentan un orden determinado. Tampoco existe una jerarquía entre las diferentes categorías que componen a las variables. Por ejemplo: tipos de sangre, estaciones del año, tipo de materia de un tribunal o tipo de delito.
- *Ordinales*: variables que presentan una jerarquía o un orden, lo que significa que sus categorías pueden clasificarse de manera secuencial. Sin embargo, la diferencia entre estas categorías no es necesariamente cuantificable de manera exacta. Este tipo de variable permite establecer una relación de mayor o menor, pero no mide la magnitud exacta de las diferencias entre las categorías. Por ejemplo: nivel educativo, talla de ropa, prioridad para la implementación de acciones o nivel de desarrollo económico.

Teniendo en cuenta que hay diferentes tipos de variables y que, además, no siempre es posible obtener información de toda una población, es importante conocer las técnicas que nos permiten realizar muestras representativas. Estas técnicas tienen como objetivo seleccionar un subconjunto de la población, de manera que la información obtenida de esa muestra sea suficiente para hacer inferencias sobre el conjunto total. El uso adecuado de estos métodos de muestreo garantiza que los resultados obtenidos sean válidos y confiables para el análisis posterior.

III. Técnicas de muestreo

Cuando buscamos responder preguntas sobre una población completa, a menudo nos enfrentamos al hecho de que recolectar datos de cada individuo puede ser excesivamente costoso o incluso inviable. Por esta razón, un aspecto fundamental de la estadística es la capacidad de obtener respuestas mediante el estudio de una fracción representativa (muestra), aunque pequeña, de la población. A este método se le denomina muestreo y comprenderlo permite interpretar adecuadamente la información, asegurando que las conclusiones sean sólidas y representativas de la población en cuestión.

El propósito del muestreo es permitir que las observaciones hechas en una muestra se generalicen a toda la población, manteniendo la validez de estas generalizaciones. Sin embargo, el muestreo requiere cumplir con ciertos requisitos para asegurar su validez. Es fundamental determinar primero el tipo de muestreo adecuado para cada situación específica, ya que el tipo de muestreo empleado influye significativamente en la capacidad de analizar y generalizar los resultados obtenidos. A continuación, se explicarán los principales tipos de muestreo probabilísticos y no probabilísticos.

1. Muestreos probabilísticos (aleatorios)

Los muestreos probabilísticos, comúnmente conocidos como aleatorios, como su nombre lo indica, consisten en una selección al azar de los individuos que conformarán la muestra. Estos métodos generalmente requieren conocimiento previo del tamaño de la población. Existen diversas técnicas de muestreo aleatorio que se adaptan según las características específicas de la población.^{20 y 21}

- *Aleatorio simple*: Se asigna un valor a cada integrante de la población y se selecciona la muestra mediante una técnica aleatoria.
- *Aleatorio sistemático*: Se asigna un valor a cada integrante de la población, se selecciona de manera aleatoria al primer individuo de la muestra. El resto de los individuos que integrarán la muestra se seleccionan a través de la fórmula:

$$K \text{ (intervalo de muestreo)} = \frac{N \text{ (tamaño de la población)}}{n \text{ (tamaño de la muestra)}}$$

- *Aleatorio estratificado*: Este tipo de muestreo implica subdividir la población en grupos o estratos, basados en un atributo específico (por ejemplo, edad). Cada uno de estos estratos es tratado como una población independiente, lo que permite realizar el muestreo de manera separada en

²⁰ Otzen, Tamara *et al.*, “Técnicas de muestreo sobre una población a estudio”, *International Journal of Morphology*, vol. 35, núm. 1, 2017, pp. 227-232.

²¹ Ávila, Carlos *et al.*, “Introducción a los tipos de muestreo”, *Revista científica del Instituto Nacional de Salud*, vol. 2, núm. 1, 2019, pp. 75-79.

cada uno de ellos, ya sea mediante un muestreo aleatorio simple o sistemático.

- *Aleatorio por conglomerados*: Este método involucra dividir a la población en grupos preexistentes, llamados conglomerados (por ejemplo, escuelas de un estado), y luego seleccionar aleatoriamente algunos de estos conglomerados. Dependiendo del diseño del estudio, se pueden incluir todos los individuos dentro de los conglomerados seleccionados o solo una muestra de ellos. Este enfoque es especialmente útil para poblaciones grandes y geográficamente dispersas, ya que optimiza los recursos y simplifica la logística.

Es importante conocer la técnica de muestreo más adecuada según los objetivos específicos del estudio. Cada método de muestreo aleatorio tiene sus propias ventajas y desventajas, pero la naturaleza aleatoria de estos métodos contribuye a asegurar que la muestra refleje la diversidad y heterogeneidad de la población total. Esto es fundamental para obtener resultados generalizables y fiables.

2. Muestreos no probabilísticos

Los muestreos no probabilísticos se caracterizan por la selección de individuos basada en criterios distintos al azar. En estos métodos, la elección de los participantes no depende de la probabilidad, sino que se guía por características específicas, conveniencia o juicio de quien lleva a cabo el estudio. Este tipo de muestreo se emplea cuando no se requiere o no se dispone de información sobre el tamaño total de la población. Aunque estos métodos son menos capaces de garantizar la representatividad de la muestra, son útiles en situaciones donde se

busca explorar fenómenos específicos o cuando los recursos son limitados,^{22 y 23} por ejemplo, al querer conocer la preferencia por un producto nuevo, las empresas suelen realizar pruebas con personas que voluntariamente se ofrecen para conocer el producto. Este proceso no garantiza un nivel de representatividad homogéneo, ya que la selección de participantes se basa en su interés y no en un criterio aleatorio o representativo de la población total. Los muestreos no probabilísticos que podemos encontrar son:

- *Muestreo por cuotas*: Este método implica dividir la población en grupos o cuotas basados en atributos específicos, como la edad. A diferencia del muestreo estratificado que también utiliza grupos, el muestreo por cuotas no selecciona los sujetos de manera aleatoria. En lugar de ello, se coleccionan los datos de un número predeterminado de personas para cada cuota, hasta alcanzar la cifra objetivo para ese estrato. Este tipo de muestreo es útil cuando se dispone de información detallada sobre las características de la población y se necesita un método rápido y económico para recolectar datos.
- *Muestreo incidental*: Este tipo de muestreo, también conocido como muestreo por conveniencia, se utiliza cuando se necesita estudiar fenómenos específicos y los individuos están disponibles de manera inmediata y fácil. En este método, los participantes de la muestra se seleccionan de forma directa y deliberada por estar convenientemente disponibles, sin seguir un proceso de selección aleatoria.

²² Otzen, Tamara *et al.*, *op. cit.*, 2017.

²³ Ávila, Carlos *et al.*, *op. cit.*, 2019.

Este enfoque es comúnmente utilizado en investigaciones exploratorias o preliminares, donde la rapidez y la accesibilidad son más críticas que la representatividad de la muestra.

- *Muestreo por redes*: Este método implica identificar inicialmente a individuos que posean una característica específica deseada y luego utilizar estos contactos para referir a otros individuos con la misma característica. Este enfoque es especialmente útil en situaciones donde el grupo objetivo es muy específico o tiene características poco comunes dentro de la población general. Es frecuentemente empleado en estudios donde algunos segmentos de la población pueden ser difíciles de acceder mediante métodos de muestreo más tradicionales.

Los muestreos no probabilísticos permiten recoger datos cuando las técnicas probabilísticas no son viables o cuando no se requiere una representatividad estricta de la población total. Aunque estos métodos no garantizan una muestra que refleje con exactitud la diversidad completa de la población, son útiles en contextos donde la accesibilidad y la especificidad de la muestra son prioritarias. Esto los hace especialmente valiosos para estudios exploratorios o cuando se trabaja con poblaciones de difícil acceso.

Hasta el momento hemos explorado algunas de las principales fuentes de datos a partir de las cuales se pueden realizar estudios estadísticos. Además, hemos estudiado las clasificaciones de las variables, distinguiendo entre las que se pueden contar (cuantitativas) y aquellas que representan un atributo (cualitativas). También revisamos cómo obtener muestras representativas para conocer las características de una

población sin tener que analizarla en su totalidad. Vimos algunos métodos probabilísticos, donde el azar es la principal herramienta para lograr mayor representatividad, y los métodos no probabilísticos, que permiten estudiar atributos específicos dentro de poblaciones de difícil acceso.

Ahora bien, el siguiente paso es comprender qué tipo de información podemos obtener a partir de estos datos. Dependiendo del enfoque estadístico que se elija, ya sea descriptivo o inferencial, se puede organizar, resumir o incluso hacer predicciones sobre la población en estudio. La estadística se divide en dos grandes ramas, cada una con objetivos y aplicaciones diferentes pero complementarios, que exploraremos en los próximos capítulos a través de conceptos básicos, métricas y ejemplos prácticos que nos ayudarán a interpretar resultados.

Sin embargo, antes de adentrarnos en el análisis estadístico, comenzaremos con una de las formas más comunes de presentar datos: los gráficos. Estos permiten representar visualmente la información recolectada, facilitando su interpretación y ayudándonos a detectar patrones o tendencias que podrían no ser evidentes de otro modo. En el próximo capítulo exploraremos las principales representaciones gráficas utilizadas en estadística, desde histogramas hasta gráficos de dispersión, y discutiremos cómo identificar el tipo de gráfico más adecuado según los datos que se presentan.

Bibliografía

- Ávila, Carlos *et al.*, “Introducción a los tipos de muestreo”, *Revista científica del Instituto Nacional de Salud*, vol. 2, núm. 1, 2019, pp. 75-79.
- Carballo, Miriam *et al.*, “Algunas consideraciones acerca de las variables en las investigaciones que se desarrollan en educación”, *Revista Universidad y sociedad*, vol. 8, núm. 1, 2016, pp. 140-150.
- Chesemore, David, “Statistics”, *Salem Press Encyclopedia of Science*. Salem Press. Recuperado de Research Starters. 2022.
- Court of Appeals of the District of Columbia, *Frye v. United States*, 293 F. 1013, 1014 (diciembre, 1923).
- Espinoza, Eduardo, “Las variables y su operacionalización en la investigación educativa. Parte I”, *Conrado*, vol. 14, núm. 65, 2018, pp. 39-49.
- Feroze, Kaliyadan *et al.*, “Types of Variables, Descriptive Statistics, and Sample Size”, *Indian Dermatology Online Journal*, vol. 10, núm. 1, 2019, pp. 82-86.
- Gauna, Nora *et al.*, “Los registros administrativos en la construcción y consolidación del Sistema Estadístico de la Ciudad”, *Población de Buenos Aires*, vol. 17, núm. 29, 2020, pp. 43-52.
- Gleason, Rubén, “Instituciones que recolectan y proporcionan información estadística en México”, *Revista Mexicana de Ciencias Políticas y Sociales*, vol. 9, núm. 33, 1963, pp. 277-293.

Gobierno de México, “Datos abiertos”, 2024 Disponible en: «<https://datos.gob.mx/busca/dataset>». [Consultado en septiembre 2024].

INEGI, “Programas de información”, 2024. Disponible en: «<https://www.inegi.org.mx/programas/>». [Consultado en septiembre 2024].

Torres, Mariela, “Métodos de recolección de datos para una investigación”, *Boletín electrónico*. Facultad de Ingeniería. Universidad Rafael Landívar, núm. 3, 2019.

Useche, María *et al.*, “Proceso de recolección de datos cuali-cuantitativos”, en *Técnicas e instrumentos de recolección de datos cuali-cuantitativos*, Universidad de la Guajira, 2019, pp. 29 y ss.

Otzen, Tamara *et al.*, “Técnicas de muestreo sobre una población a estudio”, *International Journal of Morphology*, vol. 35, núm. 1, 2017, pp. 227-232.

En este segundo capítulo abordaremos una de las primeras herramientas estadísticas que encontramos comúnmente en la presentación de resultados de encuestas, censos, estudios o informes: los gráficos. Aunque el objetivo de los gráficos es resumir información de manera visual y accesible, su interpretación no siempre es sencilla. Por ello, aquí exploraremos cómo se elaboran los diferentes tipos de gráficos, cómo interpretarlos correctamente y cuál es su utilidad para el planteamiento de hipótesis o preguntas que detonen un análisis más profundo con el uso de otras herramientas estadísticas.

A. ¿Qué son los gráficos y para qué nos sirven?

Los gráficos son una representación visual que resumen el comportamiento de un conjunto de datos. Dependiendo de qué es lo que se quiera visualizar, será la elección del gráfico a presentar, pues mientras que, por ejemplo, un gráfico de barras puede ser ideal para las frecuencias absolutas de los datos, un diagrama de pastel puede ser especialmente útil si se quiere representar porcentajes.

Otro aspecto importante es que, en general, los gráficos son el principal atractivo en la presentación de los datos, por lo que su adecuada

elección, diseño y utilización conducirán a una adecuada comunicación de la información. A continuación, analizaremos diferentes tipos de gráficos que se utilizan con mayor frecuencia en la presentación de análisis de datos. Exploraremos cómo se elaboran y cómo se eligen de acuerdo con el tipo de información que se representa, ya sean distribuciones, comparaciones o tendencias.¹ Analizaremos los gráficos de barras, de líneas, de dispersión, el diagrama de pastel, el histograma y el de caja y bigote (*plot*), para comprender mejor sus ventajas, desventajas y los contextos en los que son más útiles.

1. Gráfico de barras

Este gráfico, como su nombre lo indica, se utiliza para representar a través de una serie de barras horizontales o verticales la frecuencia de cada una de las categorías en un conjunto de datos. Este tipo de gráfico es especialmente útil cuando se tiene un número moderado de categorías, ya que permite hacer una comparación visual clara de las frecuencias entre ellos. En este mismo sentido, este gráfico se utiliza comúnmente con variables categóricas, ya que estas representan grupos o categorías discretas y las barras permiten visualizar fácilmente las diferencias en las frecuencias de cada grupo.^{2 y 3} Un gráfico de barras se compone al menos por (Figura 1):

- *Eje X (horizontal)*: Representa las categorías o grupos a comparar. En gráficos verticales, este eje se ubica en la parte inferior; en gráficos horizontales, en el lado izquierdo. Las etiquetas en este eje indican las diferentes categorías.

¹ Wilke, Claus, “Fundamentals of Data Visualization”, O’Reilly Media, 2019.

² *Id.*

³ Özdemir, Durmus, “Data presentation: Graphs, frequency tables and histograms”, *Applied Statistics for Economics and Business*, 2016, pp. 15-33.

- *Eje Y (vertical)*: Muestra las frecuencias o valores asociados a cada categoría. En gráficos verticales, se coloca a la izquierda; en gráficos horizontales, en la parte inferior. Las etiquetas en este eje indican los valores numéricos o frecuencias.
- *Barras*: Rectángulos cuya altura (en gráficos verticales) o longitud (en gráficos horizontales) refleja la magnitud de las frecuencias o valores para cada categoría.

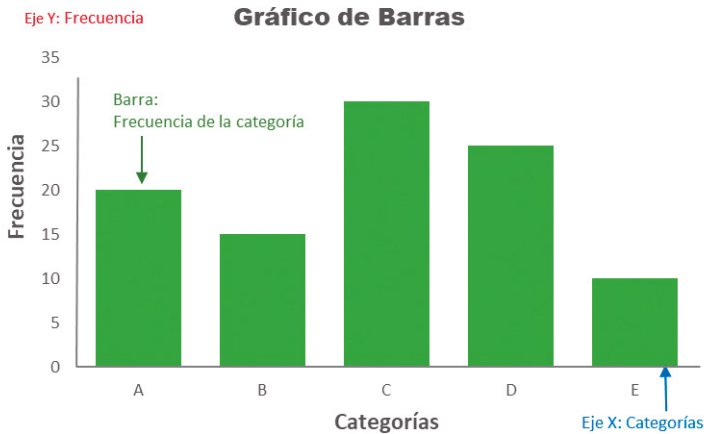


Figura 1: Gráfico de barras que representa la frecuencia de distintas categorías en un conjunto de datos. Las categorías, etiquetadas de A-E en el eje X, muestran variaciones en la frecuencia de aparición, indicada en el eje Y. Las barras verdes ilustran visualmente estas diferencias, facilitando la comparación entre las frecuencias de las categorías. La categoría C tiene la frecuencia más alta, mientras que la categoría E la más baja, destacando las disparidades en la distribución de las categorías dentro del conjunto analizado.

II. Gráfico de líneas

El gráfico de líneas es una representación visual utilizada para mostrar la evolución de una o más variables a lo largo de un continuo,

como el tiempo, o para comparar valores entre categorías ordenadas. En este tipo de gráfico, cada punto de datos se conecta mediante una línea, lo que permite visualizar de forma clara las tendencias, patrones o fluctuaciones en los datos.⁴

Este gráfico es especialmente útil cuando se desea observar cambios en una variable a lo largo de un período o secuencia, o cuando se busca resaltar relaciones o diferencias entre series de datos.⁵ Las líneas que conectan los puntos ayudan a resaltar las direcciones y la magnitud de los cambios, facilitando la interpretación. Un diagrama de líneas se compone al menos por (Figura 2):

- *Eje X (horizontal)*: Representa la variable independiente que, generalmente, indica el eje de la secuencia de las variables, por ejemplo, el tiempo o categorías ordenadas.
- *Eje Y (vertical)*: Representa la variable dependiente o la medida que se está observando.
- *Puntos de datos*: Cada punto en el gráfico representa una observación o un valor en la secuencia de datos.
- *Líneas*: Conectan los puntos, lo que facilita visualizar la tendencia de los datos.

⁴ Wilke, Claus, *op. cit.*, 2019.

⁵ Barker, Tom, "Correlation Analysis with Scatter Plots", *Pro Data Visualization using R and JavaScript*, Apress, 2013, pp. 157 y ss.

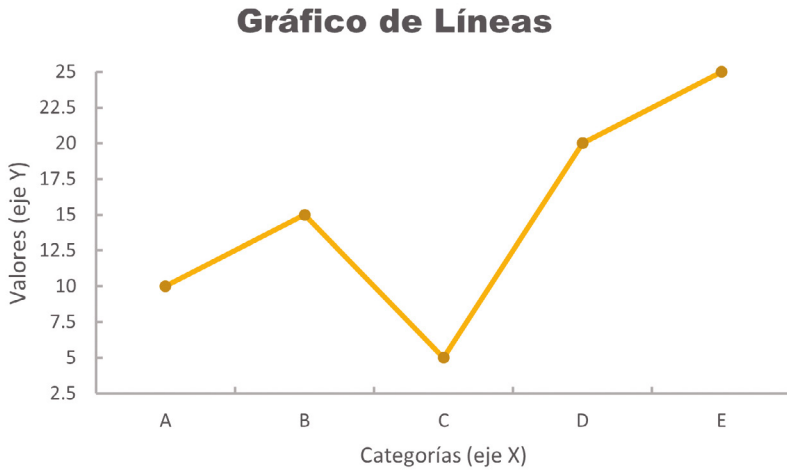


Figura 2. Gráfico de líneas que muestra la variación de valores a través de categorías etiquetadas de A a E en el eje X, con los valores correspondientes en el eje Y. Cada punto de dato está conectado (línea amarilla), formando una línea de tendencia que ilustra el movimiento y los cambios entre las categorías. Esta representación visual destaca fluctuaciones entre las categorías.

III. Diagramas de pastel

El diagrama de pastel se utiliza para representar proporciones o porcentajes de un total, mediante un círculo dividido en segmentos o rebanadas. Cada segmento refleja una categoría y su tamaño está directamente relacionado con la proporción o porcentaje que esta categoría ocupa en el conjunto. Este tipo de gráfico es especialmente útil cuando se desea visualizar cómo se distribuyen los datos entre distintas categorías y resaltar las relaciones entre las partes y el todo. Se utiliza comúnmente con variables categóricas, ya que permite mostrar visualmente las proporciones que ocupa cada grupo. Un diagrama de pastel es particularmente efectivo cuando se compara un número limitado de categorías, lo que facilita la interpretación clara de las

proporciones representadas.^{6y7} Un diagrama de pastel se compone al menos por (Figura 3):

- *Círculo*: Representa el total de los datos. Todo el gráfico está contenido en este círculo.
- *Rebanadas (o segmentos)*: Cada porción del círculo representa una categoría y su tamaño es proporcional a la cantidad o porcentaje que dicha categoría ocupa en el total.
- *Etiquetas*: Describen cada rebanada, indicando el nombre de la categoría que representa. También suelen incluirse etiquetas con el porcentaje de cada una de las rebanadas o segmentos.

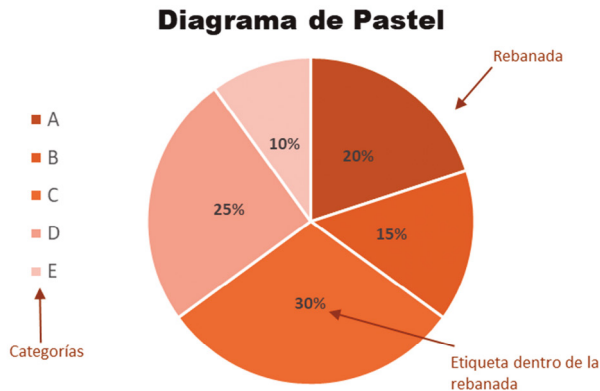


Figura 3. Diagrama de pastel que ilustra la distribución porcentual de categorías etiquetadas de A hasta E. Cada segmento del círculo representa una categoría específica, con su respectivo porcentaje indicado dentro de la rebanada. Los segmentos varían en tamaño según la proporción que representan del total, con los siguientes porcentajes. Se incluyen las etiquetas con los componentes del gráfico.

⁶ Özdemir, Durmus, *op. cit.*, 2016.

⁷ Wilke, Claus, *op. cit.*, 2019.

IV. Diagrama de dispersión

También conocido como diagrama XY, este tipo de gráfico muestra, como su nombre lo indica, la manera en que se dispersan todos los datos de la muestra. Cada punto en el gráfico representa una observación, con su posición determinada por los valores de dos variables en los ejes X e Y. Este gráfico es particularmente útil para visualizar la relación entre dos variables numéricas, permitiendo identificar patrones, correlaciones o tendencias. Los diagramas de dispersión se utilizan frecuentemente para detectar si existe una relación lineal o no entre las variables.

Este gráfico permite visualizar la relación entre variables numéricas y detectar patrones, por ejemplo, el crecimiento económico a lo largo del tiempo o el cambio de los niveles de contaminación atmosférica en el tiempo. Es importante señalar que este tipo de gráficos, además, pueden añadir elementos que completen, pero a la vez expliquen más sobre los datos, por ejemplo, añadir elementos como el tamaño o color de los puntos para indicar una tercera variable.^{8 y 9} Un diagrama de dispersión se compone al menos de un (Figura 4):

- *Eje X (horizontal)*: Representa una de las variables cuantitativas que se está analizando.
- *Eje Y (vertical)*: Representa la otra variable cuantitativa del análisis.
- *Puntos (marcadores)*: Cada punto en el gráfico representa una observación en la muestra, con su posición determinada por los valores de las dos variables en los ejes X e Y.

⁸ Özdemir, Durmus, *op. cit.*, 2016.

⁹ Wilke, Claus, *op. cit.*, 2019.

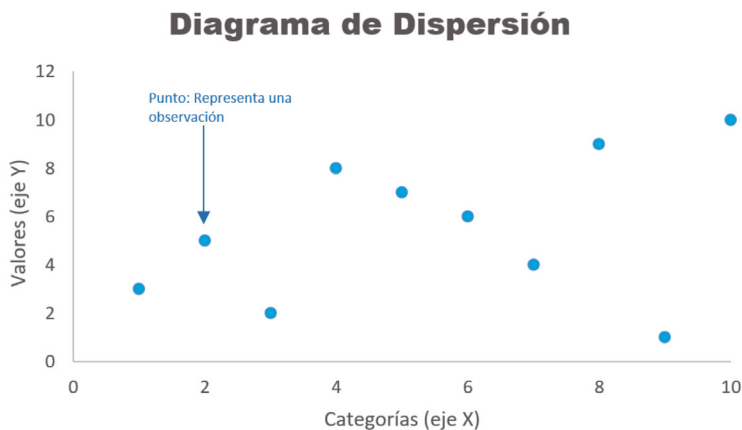


Figura 4: Diagrama de dispersión que muestra la relación entre dos variables. Los puntos azules en el gráfico representan observaciones individuales, cada uno posicionado según sus valores correspondientes en los ejes X (Categorías) e Y (Valores). Los puntos están dispersos a lo largo del eje X, ofreciendo una visión general de cómo varían los valores de Y con respecto a las categorías representadas en el eje X.

Los gráficos de dispersión permiten, a través del patrón que forman las nubes de puntos, visualizar tendencias en el comportamiento de la muestra. Si bien cada nube de puntos puede presentar un patrón único, existen tendencias generalizadas que se pueden identificar visualmente.¹⁰ A continuación, se presentan tres de estas tendencias (Figura 5):

- *Tendencia creciente:* Los puntos tienden a subir, generando una nube de puntos con crecimiento positivo. Es decir, la nube de puntos va de menos a más en el eje de las X o eje horizontal.

¹⁰ Barker, Tom, *op. cit.*, 2013.

- *Tendencia decreciente*: Los puntos tienden a disminuir, generando una nube de puntos decreciente o de crecimiento negativo. Es decir, la nube de puntos va de más a menos en el eje de las X o eje horizontal.
- *Ausencia de tendencia clara*: Los puntos se dispersan de manera heterogénea a lo largo de todo el gráfico; no es posible visualizar ninguna tendencia en la nube de puntos. Este tipo de patrón suele indicar la ausencia de correlación entre las variables.

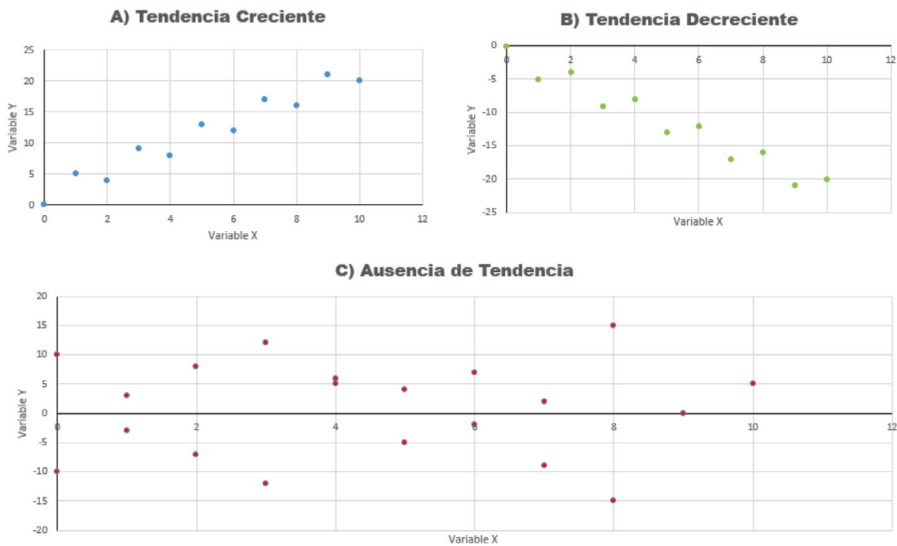


Figura 5. Ejemplos de diagramas de dispersión que representan diferentes tendencias en la relación entre dos variables. A) se observa una tendencia creciente donde variable Y aumenta proporcionalmente con el aumento de la variable X. B) se muestra una tendencia decreciente donde variable Y disminuye proporcionalmente a medida que variable X aumenta. C) se visualiza ausencia de tendencia, los puntos se distribuyen de manera heterogénea a lo largo del eje X, esto indica que no hay correlación evidente entre las variables.

V. Histograma

El histograma es un tipo de gráfico que, si bien puede parecer en apariencia similar al gráfico de barras, tiene un objetivo diferente. Este tipo de gráfico tiene la finalidad de poder representar la frecuencia de datos continuos. Lo anterior a través del agrupamiento de datos en subintervalos cuyo rango es el mismo entre ellos. Es importante señalar que el número de intervalos con los que se desee graficar puede hacer que el histograma sea más o menos informativo. Si los intervalos son demasiado pequeños, el histograma puede volverse ilegible y difícil de interpretar; si son demasiado grandes, se perderán detalles importantes de la distribución. Existen varias maneras de calcular el número óptimo de intervalos, basadas en el tamaño de la muestra y la variabilidad de los datos. Estas técnicas permiten ajustar los intervalos para que el histograma sea lo más informativo posible, mostrando patrones sin perder precisión.^{11,12 y 13} Este tipo de gráfico es la base de otros más complejos, como lo son los diagramas de densidad. Un histograma se compone al menos por (Figura 6):

- *Eje X*: Representa los intervalos o clases en los que se agrupan los datos continuos.
- *Eje Y*: Indica la frecuencia o cantidad de datos que se ubican dentro de cada intervalo.
- *Barras*: Rectángulos cuya altura corresponde a la frecuencia de los datos en cada intervalo. A diferencia del gráfico

¹¹ Özdemir, Durmus, *op. cit.*, 2016.

¹² Wilke, Claus, *op. cit.*, 2019.

¹³ Barker, Tom, *op. cit.*, 2013.

de barras, las barras en un histograma están adyacentes, sin espacios entre ellas, ya que los datos son continuos.

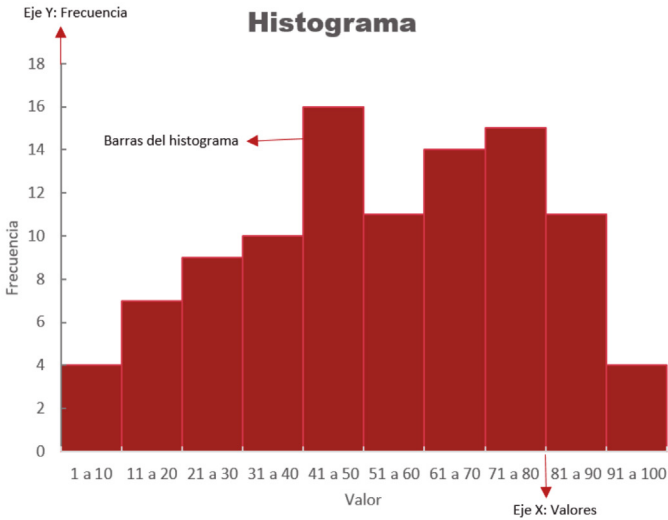


Figura 6: Histograma que representa la frecuencia de datos continuos agrupados en intervalos de diez unidades, desde 1 hasta 100. Las barras rojas indican la cantidad de observaciones que caen dentro de cada rango, con el eje Y mostrando la frecuencia y el eje X los valores de los intervalos.

VI. Diagrama de caja y bigotes

El diagrama de caja y bigotes (también llamada *boxplot* por su nombre en inglés) es una representación que cada vez es más común de observar y quizá, una de las representaciones menos intuitivas. Este gráfico permite visualizar cómo se distribuyen los datos en un conjunto. La parte central del gráfico es una caja que contiene el 50% de los datos, con una línea en el medio que representa la mediana, es decir, el valor central. Esta caja está delimitada por los cuartiles 1 y 3. Los

bigotes que se extienden desde la caja muestran la dispersión del resto de los datos, hasta los valores más extremos o dentro de 1.5 veces el rango intercuartílico (IQR). El diagrama de caja y bigotes adquiere especial relevancia, ya que, a través de este, es posible detectar valores atípicos dentro de la distribución de los datos.^{14 y 15} Adicionalmente, este es un buen ejemplo de cómo los gráficos pueden ayudar a establecer pruebas de hipótesis y dar pie a otro tipo de herramientas como las de la estadística inferencial; al comparar diferentes cajas y sus respectivos bigotes, es posible visualizar diferencias en la mediana, la dispersión y la asimetría de los diferentes grupos, lo que permitiría empezar a observar tendencias acerca de la igualdad o la diferencia, estadísticamente hablando, de dos conjuntos de datos. Un diagrama de caja y bigotes se compone por (Figura 7):

- *Mediana*: La línea dentro de la caja que representa el valor central de los datos.
- *Caja (cuerpo del boxplot)*: Representa el rango intercuartílico (IQR), que es el 50% central de los datos. La parte inferior de la caja es el primer cuartil (Q1), y la parte superior es el tercer cuartil (Q3).
- *Bigotes*: Se extienden desde los extremos de la caja hacia los valores mínimos y máximos, o hasta los valores más cercanos que caen dentro de 1.5 veces el IQR.
- *Outliers (Valores atípicos)*: Son los puntos que se encuentran fuera del rango de los bigotes y representan datos que están muy alejados de la mayoría del conjunto.

¹⁴ Özdemir, Durmus, *op. cit.*, 2016.

¹⁵ Wilke, Claus, *op. cit.*, 2019.

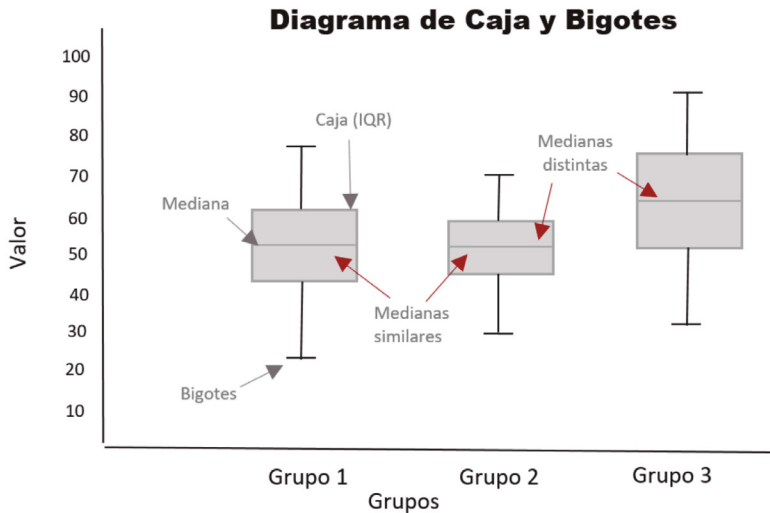


Figura 7. Diagrama de caja y bigotes que compara la distribución de valores en tres grupos distintos. Cada caja representa el rango intercuartílico (IQR), que indica la porción central del 50% de los datos; incluye una línea dentro de la caja indicando la mediana; los bigotes son líneas que se extienden desde la caja hasta los valores extremos, dentro de 1.5 veces el IQR. Las medianas de los grupos 1 y 2 son similares, mientras que la mediana del grupo 3 es visiblemente distinta, lo que indica una diferencia en la tendencia central.

B. Ejemplo del uso de los gráficos como descriptores de los datos

Para poder ejemplificar el uso de los gráficos como una representación visual de un conjunto de datos y, atendiendo a la diversidad de gráficos que observamos anteriormente, a continuación, se presenta un conjunto de datos obtenidos de la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares (ENIGH) del INEGI.¹⁶

¹⁶ INEGI. Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares (ENIGH), 2022. Nueva serie. Disponible en: «<https://www.inegi.org.mx/programas/enigh/nc/2022/>» [Consultado en septiembre 2021].

Este conjunto de datos consta de 20 datos obtenidos al azar sobre datos laborales (horas trabajadas en el último mes e ingresos por dicho trabajo) y algunas características sociodemográficas (sexo, edad y último grado escolar aprobado) de las personas encuestadas (Tabla 1). Esta selección de datos se hizo con la finalidad de contar con datos de diferente naturaleza (cualitativos, cuantitativos discretos y cuantitativos continuos), lo cual permite una amplia variedad de visualizaciones.

Sexo	Edad	Último grado aprobado	Horas trabajadas	Ingreso mensual
Hombre	50 años	Carrera técnica o comercial	60 horas	\$6800
Hombre	44 años	Secundaria	56 horas	\$6500
Hombre	17 años	Secundaria	55 horas	\$5520
Hombre	48 años	Secundaria	6 horas	\$3200
Mujer	17 años	Secundaria	54 horas	\$4500
Hombre	20 años	Secundaria	48 horas	\$7200
Mujer	24 años	Secundaria	40 horas	\$15000
Hombre	27 años	Secundaria	60 horas	\$4800
Mujer	18 años	Preescolar	30 horas	\$7000
Mujer	52 años	Carrera técnica o comercial	40 horas	\$6800
Mujer	30 años	Secundaria	10 horas	\$2800
Mujer	31 años	Preparatoria o bachillerato	40 horas	\$25000

Hombre	50 años	Preescolar	48 horas	\$7000
Hombre	49 años	Carrera técnica o comercial	60 horas	\$6000
Hombre	60 años	Carrera técnica o comercial	48 horas	\$6200
Mujer	24 años	Primaria	36 horas	\$5200
Hombre	51 años	Preescolar	20 horas	\$2200
Mujer	70 años	Ninguno	20 horas	\$3800
Hombre	15 años	Secundaria	36 horas	\$5000
Hombre	16 años	Secundaria	20 horas	\$2400

Tabla 1. Muestra de datos obtenidos de la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares (ENIGH), 2022 del INEGI. Se incluyen los datos correspondientes al sexo, edad, último grado aprobado, horas trabajadas a la semana e ingreso mensual de 20 personas que respondieron a esta encuesta.

I. Gráfico de barras

Como ya vimos, los gráficos de barras suelen ser especialmente útiles para visualizar la frecuencia de variables categóricas. En el conjunto de datos que tenemos, la variable “Último grado aprobado” es una variable categórica, por lo cual un gráfico de barras es ideal para mostrar cuántas personas alcanzaron cada nivel educativo.

Cada barra representará un grado escolar (como “Primaria”, “Secundaria”, “Preparatoria o bachillerato”, etc.), y la longitud de cada barra indicará el número de personas que pertenecen a cada categoría (Figura 8). Este tipo de gráfico permite hacer comparaciones rápidas sobre la distribución de los niveles educativos dentro de la muestra.

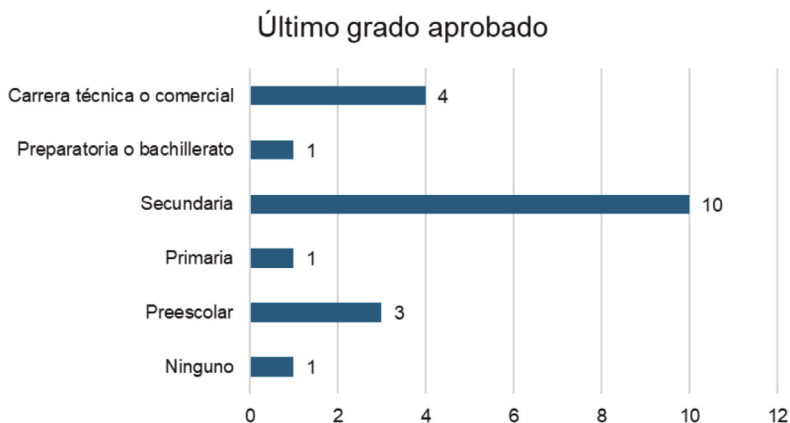


Figura 8: Gráfico de barras que muestra la distribución de los niveles de educación alcanzados por las personas encuestadas. Las categorías de educación están dispuestas en el eje Y, mientras que el eje X muestra la frecuencia para cada nivel.

Con este gráfico de barras es posible ver de manera breve, pero clara, la distribución de los diferentes grados escolares de la muestra y, así, poder comenzar a darnos cuenta de atributos sociodemográficos de nuestra población. Por ejemplo, podemos decir que la mayor parte de la muestra está compuesta por personas con el grado de secundaria concluido, seguido por el grupo de personas con carrera técnica o comercial.

II. Gráfico de líneas

Para ejemplificar este tipo de gráfico, utilizaremos los datos de último grado académico con el ingreso mensual. Sin embargo, dado que no hay una progresión de los datos y solo con fines pedagógicos, obtendremos un valor promedio del ingreso mensual por categoría de grado escolar (Figura 9).

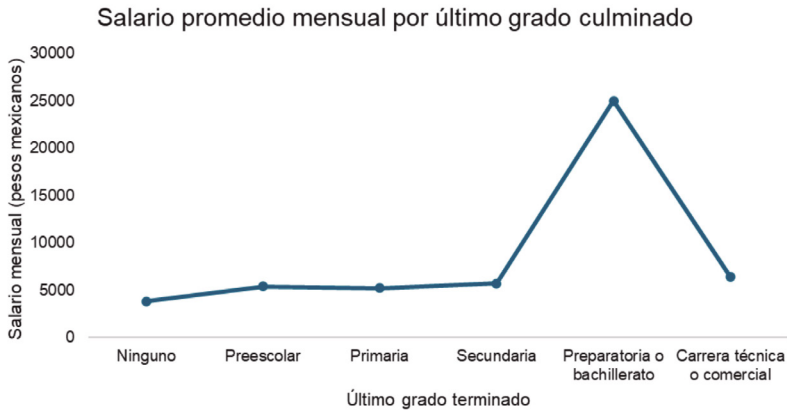


Figura 9: Gráfico de líneas que muestra la relación entre el nivel de educación alcanzado y el salario promedio mensual. Las categorías de educación están representadas en el eje X, y el salario promedio mensual en pesos mexicanos se muestra en el eje Y.

Con el diagrama anterior podemos observar que hay una tendencia al alza en los datos de nuestra muestra, es decir, que con un grado escolar superior es mejor el salario.

III. Diagrama de pastel

Siguiendo con el análisis de nuestro conjunto de datos y en el orden en el que vimos los diferentes tipos de gráfico, ahora es el turno de hacer y analizar un diagrama de pastel. Como ya se explicó, el diagrama de pastel es útil para reflejar proporciones de variables categóricas, particularmente cuando el número de categorías es reducido. En nuestro caso, la variable ideal para este tipo de gráfico es la de “Sexo”, que tiene dos categorías: “Hombre” y “Mujer”.

El gráfico de pastel nos permitirá visualizar la proporción de hombres y mujeres en la muestra de manera clara y sencilla. Cada sección del

gráfico representará el tamaño relativo de cada categoría dentro del total, facilitando la comprensión de la distribución por género en los datos recopilados (Figura 10).

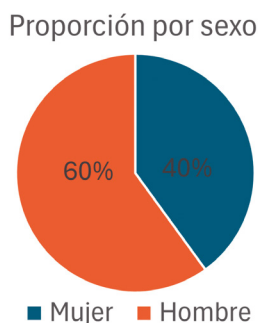


Figura 10: Diagrama de pastel que representa la distribución de género en la muestra. En azul se presenta el porcentaje de mujeres (40%) y en naranja el porcentaje de hombres (60%).

Con dicho gráfico de manera sencilla podemos observar y concluir que en la muestra hay un 60% de hombres y 40% de mujeres, lo que es otro indicativo de la muestra con la que estamos trabajando. Este dato sin un contexto determinado podría parecer poco informativo. Sin embargo, como veremos al final del ejercicio, siempre que hagamos las preguntas adecuadas y llevemos a cabo un análisis integral, todos estos datos podrán proporcionar una base sólida para extraer conclusiones más significativas. La proporción de género, cuando se analiza en conjunto con otras variables, puede revelar patrones interesantes que de otro modo pasarían desapercibidos.

IV. Diagrama de dispersión

Hasta ahora hemos observado gráficos que en general describen el comportamiento de una variable dentro de un conjunto de datos; sin

embargo, como observamos previamente, el diagrama de dispersión nos permite ver el comportamiento simultáneo de dos variables. Para este ejemplo observaremos el comportamiento de la edad con respecto a la edad de las personas y analizaremos si existe algún patrón asociado a estos datos (Figura 11).

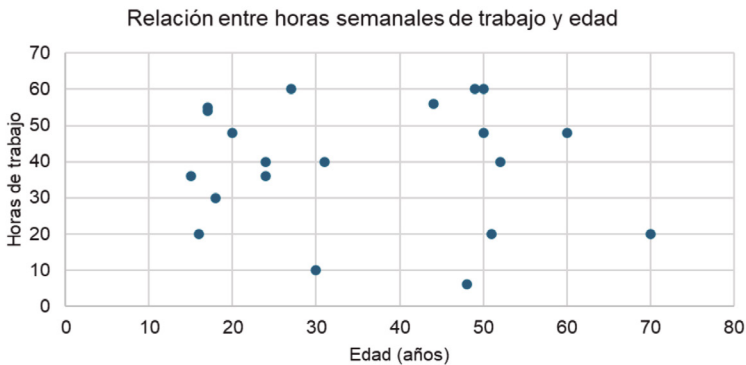


Figura 11. Diagrama de dispersión que muestra la relación entre la edad de las personas y las horas semanales de trabajo. En el eje X se representa la edad en años, mientras que en el eje Y se muestran las horas de trabajo por semana. Los puntos distribuidos en el gráfico ilustran variaciones en las horas trabajadas en diferentes edades.

Con el diagrama de dispersión anterior, se visualiza el valor que adquieren las 20 observaciones tanto en edad (eje X u horizontal), como respecto a las horas de trabajo semanalmente (eje Y o vertical). No hay ningún patrón claramente identificable, pues se forma una nube de datos heterogénea, pues no se asemeja a un patrón ascendente o descendente como observamos anteriormente. Este gráfico es un claro ejemplo del tipo de preguntas que pueden visualizarse a través de un gráfico. Hay que recordar que estamos observando una muestra aleatoria y no representativa de una encuesta del INEGI, por lo cual las conclusiones no se pueden generalizar. Sin embargo, podemos esta-

blecer que, los datos de la muestra que tenemos parecen indicar que no hay ninguna relación entre la edad y las horas de trabajo de las personas.

V. Histograma

El siguiente gráfico que realizaremos con nuestro conjunto de datos es el histograma que, como ya hemos visto, es una manera de categorizar variables continuas y así poder ver el comportamiento de nuestros datos de una manera sencilla, agrupado en categorías. Si bien en el conjunto de datos tenemos tres variables cuantitativas continuas, para el fin de este ejercicio y siguiendo la lógica del análisis de las características sociodemográficas, construiremos y analizaremos el histograma con la edad de las personas encuestadas.

En este caso, hemos dividido la variable “Edad” en cinco categorías que abarcan intervalos de 11 años cada una (15 a 25 años, 26 a 36 años, 37 a 47 años, 48 a 58 años y 59 a 70 años). Este enfoque nos permitirá observar de manera más clara cómo se distribuyen las edades en nuestra muestra, identificando si existe una mayor concentración en ciertos rangos etarios. Además, al trabajar con estos intervalos, mantenemos un balance adecuado entre detalle y claridad en la representación gráfica (Figura 12).

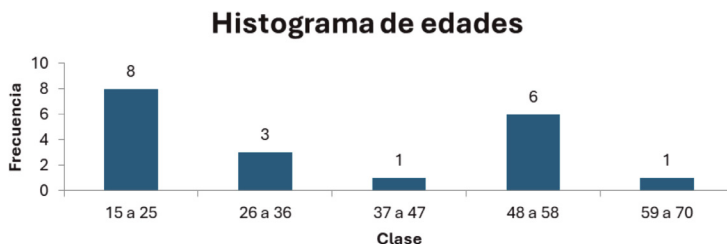


Figura 12. Histograma de edades que muestra la distribución de la frecuencia de diferentes grupos etarios en una muestra. Las edades están agrupadas en cinco intervalos de 11 años cada uno.

El histograma nos muestra cómo se distribuyen los datos de edades a lo largo de nuestra muestra. Podemos observar que la mayoría de las personas (11) se encuentran en un rango de edad de 36 años o menos, teniendo una disminución en el grupo de mediana edad (37 a 47 años), para finalmente tener un repunte en el rango de personas de mayor edad (de 48 años a más).

VI. Diagrama de caja y bigotes

Finalmente, observaremos el uso e interpretación de los diagramas de caja y bigotes. Primero lo analizaremos como una herramienta para visualizar la distribución de los datos, así como la distancia intercuartil, una medida de dispersión que analizaremos en el capítulo de estadística descriptiva. Posteriormente, utilizaremos el diagrama de caja y bigotes como una herramienta para establecer igualdad o diferencia entre grupos.

1. Diagrama de caja y bigotes para una variable

Para el primer caso, utilizaremos la variable de “Ingreso mensual” para observar si hay datos atípicos, es decir, si dentro de nuestra muestra alguna persona gana mucho menos o mucho más respecto al resto. A continuación, presentaremos el gráfico y posteriormente haremos el análisis de este (Figura 13).

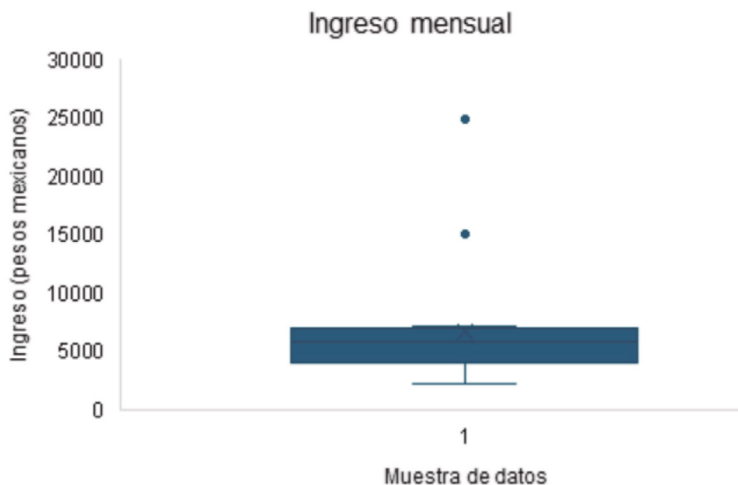


Figura 13: Diagrama de caja y bigotes que muestra la distribución del ingreso mensual de la muestra de datos. La caja representa el rango intercuartílico. La mediana se presenta como una línea dentro de la caja. Los bigotes se extienden desde la caja hasta los valores más cercanos dentro de 1.5 veces el rango intercuartílico, sin incluir los valores atípicos. Dos puntos situados por encima del bigote superior indican la presencia de datos atípicos, que son ingresos significativamente más altos en comparación con el resto de la muestra.

Como podemos observar en el diagrama de caja y bigotes, el ingreso mensual en general se concentra entre los \$3,000 y \$8,000 al mes. Sin embargo, también identificamos dos datos atípicos que se encuentran fuera de los bigotes, con ingresos de aproximadamente \$15,000 y \$25,000 al mes. Estos valores atípicos podrían influir en las medidas de tendencia central, como la media, las cuales conoceremos en el siguiente capítulo.

Si bien este gráfico es muy informativo para visualizar la dispersión y comportamiento de los datos, no es tan comúnmente utilizado en análisis descriptivos cotidianos. Su principal valor radica en ser una

herramienta exploratoria que ayuda a identificar patrones y guiar la elección de otros métodos de análisis, lo que refuerza la importancia de entender su interpretación.

El valor de los diagramas de caja y bigotes se aprecia aún más cuando se utilizan para comparar varias variables, ya que permiten observar si existen diferencias o similitudes entre grupos. Con este tipo de gráficos se puede identificar fácilmente si las distribuciones de los datos en diferentes categorías son significativamente diferentes o si mantienen un comportamiento similar. Esto da una idea clara para orientar el análisis hacia conclusiones más detalladas.

2. Diagrama de caja y bigotes para más de una variable

Ahora, para ilustrar cómo el diagrama de caja y bigotes puede utilizarse como una herramienta para visualizar posibles diferencias entre dos o más grupos, tomaremos como ejemplo el rango salarial por sexo. Con este gráfico se puede observar si existen diferencias visibles en los ingresos entre hombres y mujeres dentro de la muestra, lo cual puede indicar la necesidad de hacer análisis más detallados para determinar si estas diferencias son significativas. Para lo anterior, realizaremos la respectiva caja con bigotes para cada uno de los dos sexos y, al visualizarlos, podremos comenzar a ver qué tan similares o diferentes son (Figura 14).

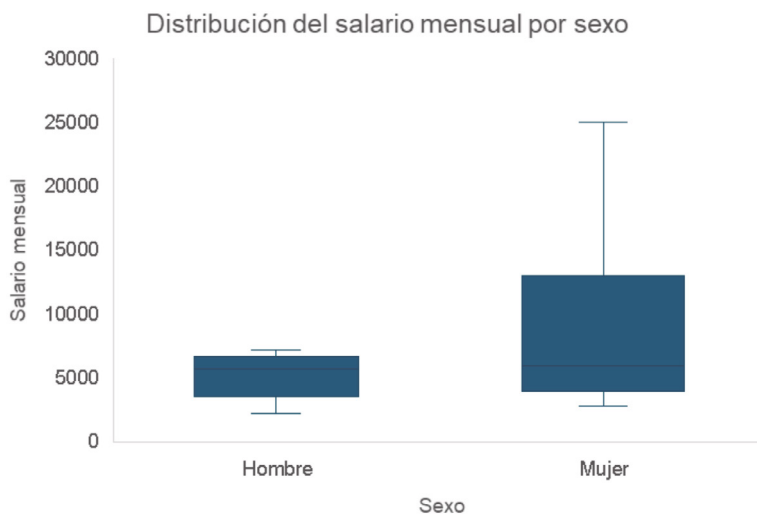


Figura 14. Diagrama de cajas y bigotes que muestra la distribución del salario mensual por sexo. Las cajas representan el rango intercuartílico, mostrando la mediana como una línea dentro de las cajas. Se observa una diferencia entre los rangos salariales de hombres y mujeres.

En el gráfico anterior podemos observar que las cajas entre hombres y mujeres son muy diferentes. Por un lado, el ingreso mensual de las mujeres tiene una mayor dispersión, pues tiene los valores más extremos de la muestra. Por otro lado, el ingreso mensual de los hombres tiene una menor dispersión, pues la caja es más corta, al igual que los bigotes. Sin embargo, pese a observar esta asimetría, si comparamos la línea media (que corresponde a la mediana o al cuartil 2), podemos observar que son muy similares, pues en ambos casos están ligeramente arriba de los \$5,000. Por lo anterior y pese a las diferencias entre las distribuciones de los datos, no es posible aseverar que haya diferencias significativas en el salario que ganan mujeres y hombres en nuestra muestra.

VII. Conclusiones del ejemplo

Con la visualización de los diferentes gráficos, podemos concluir, en primer lugar, que existe una proporción similar de hombres y mujeres en la muestra. Sin embargo, la variable en la que se observa una mayor desproporción es en el último grado aprobado, ya que la mayoría de las personas ha alcanzado el nivel de secundaria. En cuanto a la relación entre los datos sociodemográficos y laborales, no se identificó ninguna correlación visible entre la edad y las horas trabajadas semanalmente.

Al analizar el ingreso mensual de hombres y mujeres, se observa que ambos grupos tienen una media similar, lo cual podría sugerir que no hay diferencias significativas entre sus ingresos. No obstante, el diagrama de caja y bigotes revela que, en el caso de las mujeres, hay una mayor dispersión en los datos. Esto indica que, aunque la mayoría de las mujeres ganan menos de \$10,000 al mes, al menos una mujer tiene un ingreso significativamente superior (por encima de los \$20,000).

Es importante señalar que estos datos corresponden a una muestra no representativa tomada del conjunto de datos de la ENIGH, por lo que las conclusiones y generalizaciones realizadas en este ejercicio tienen únicamente fines pedagógicos.

C. El uso de gráficos para la visualización de datos en casos jurídicos

Como ya hemos visto, el uso de gráficos permite la visualización de datos estadísticos de una manera más amigable. Este tipo de herramientas han sido utilizadas en proyectos de sentencias en la Suprema Corte,

por ejemplo, en el proyecto de sentencia del amparo directo en revisión 6416/2022, donde la Primera Sala decidió que la prisión por incumplimiento alimentario es constitucional y proporcional.¹⁷

1. El uso de gráficos de barras horizontales y verticales como herramienta de visualización de datos estadísticos en contextos judiciales

En este proyecto de sentencia se revisaron datos sobre el número estimado de personas privadas de la libertad por el delito en cuestión. Estos datos fueron obtenidos de la Encuesta Nacional de Población Privada de la Libertad del INEGI. Se visualizaron los datos a nivel nacional y a nivel estatal a través de gráficos de barras (Figura 15).¹⁸

¹⁷ Proyecto de Sentencia del Amparo Directo en Revisión 6416/2022, Ministro Ponente Jorge Mario Pardo Rebolledo, 9 de agosto de 2023.

¹⁸ *Ibid.*, párr. 97.

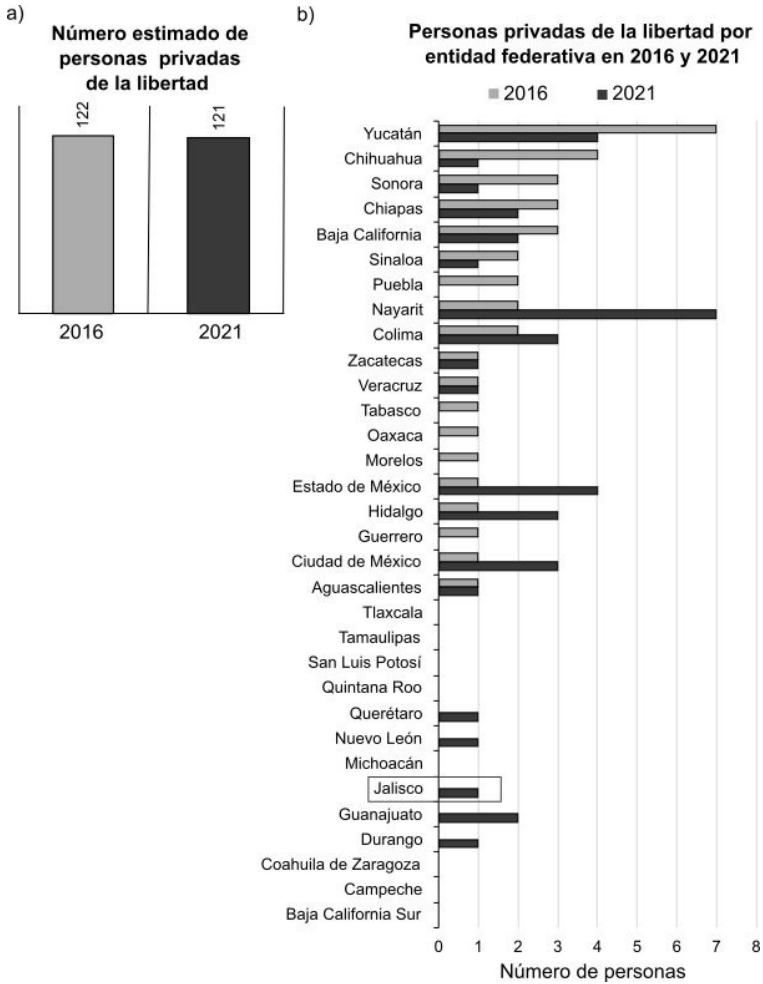


Figura 15: Gráfico de barras que muestra el número de personas privadas de la libertad por incumplimiento alimentario por: a) año y b) entidad federativa y año.

Con estos gráficos se pueden visualizar las tendencias que hay a lo largo de la República, por ejemplo, aquellos estados con un mayor número de personas privadas de la libertad por incumplimiento alimentario

(Yucatán, Nayarit y Estado de México), contra aquellos estados con un menor número de personas privadas de la libertad (Tlaxcala, Tamaulipas, San Luis Potosí, Quintana Roo, Michoacán, Coahuila, Campeche y Baja California Sur).

II. Gráficos de líneas como herramienta para visualizar diferencias en las penas de diferentes delitos

Dentro del proyecto de sentencia se incluye un gráfico de líneas con el cual se dan a conocer las penas en años de diferentes delitos familiares. En este gráfico se presentan las penas mínimas, las máximas y el promedio de estas (Figura 16).¹⁹

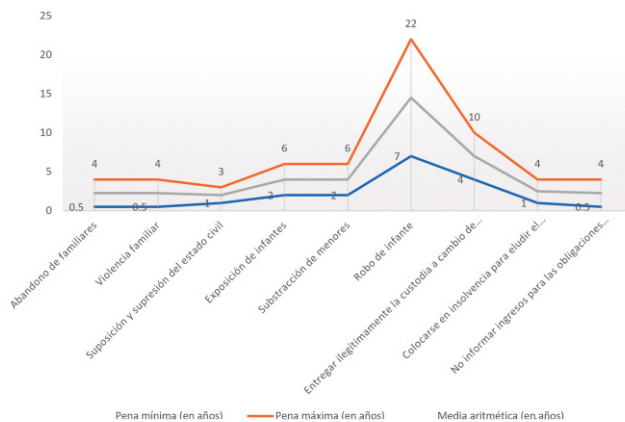


Figura 16: Gráfico de líneas que muestra la relación entre los años de pena mínima y máxima con diferentes delitos. Las categorías de delitos están en el eje X, y el número de años se muestra en el eje Y. En azul la pena mínima, en naranja la pena máxima y en gris la media aritmética entre ambas.

¹⁹ *Ibid.*, párr. 84.

En este gráfico se observa la tendencia en diferentes delitos. Por ejemplo, en el caso del delito de “robo de infante”, tanto la pena mínima como la máxima son las más severas. En contraste, el delito de “suposición y supresión del estado civil” presenta una situación distinta: aunque su pena mínima no es la más baja, su pena máxima sí lo es.

III. El gráfico de pastel para visualizar proporciones entre hombres y mujeres

Otro tipo de gráfico utilizado en esta sentencia es un gráfico de pastel, con el cual se visualizaron las diferencias entre el número de hombres y de mujeres privadas de la libertad por el delito (Figura 17).²⁰



Figura 17. Diagrama de pastel que representa la distribución de género en personas privadas de la libertad. Se presenta en naranja el porcentaje de mujeres (3%) y de verde el porcentaje de hombres (97%).

Con este gráfico, aunque pueda parecer simple, se puede observar claramente que hay diferencia entre la proporción de mujeres y hombres privados de la libertad.

²⁰ *Ibid.*, párr. 97.

IV. Uso de gráficos compuestos en proyectos de sentencia

Finalmente, en el mismo proyecto de sentencia se incluye un gráfico compuesto, el cual, pese a que aparenta ser más complejo, podemos interpretarlo de igual manera (Figura 18).²¹

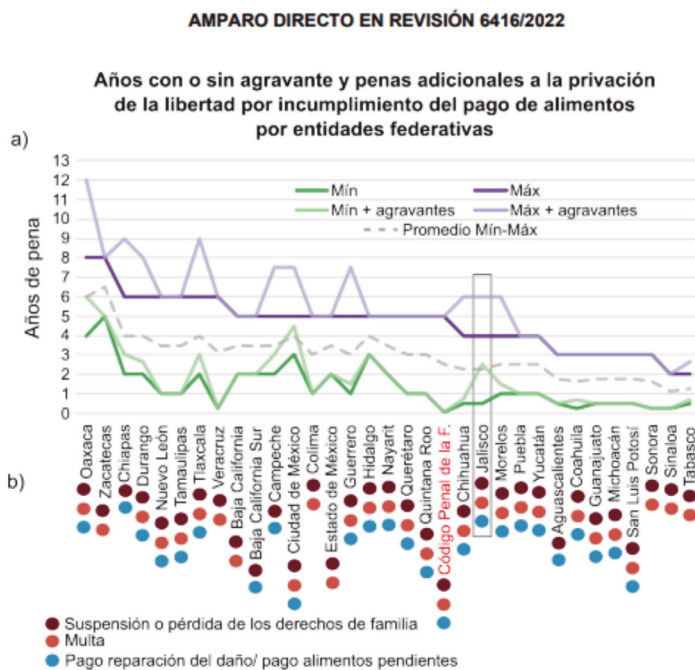


Figura 18: Gráfico compuesto que; a) muestra penas máximas y mínimas (con o sin agravantes) por incumplimiento de pago de alimentos por estados y, b) código de colores que muestran penas adicionales por estado. El eje X está compuesto de los estados de la

²¹ *Ibid.*, párr. 87.

República mexicana, el eje Y por los años. El gráfico incluye en la parte inferior izquierda el código de color.

En este gráfico se visualizan las penas para el delito de incumplimiento del pago de alimentos. Se observan los datos por estado para las penas mínimas y máximas (incluyendo las penas con y sin agravantes). Adicionalmente, incluye un código de color que indica las penas adicionales a la privación de la libertad que hay en cada estado.

Así, a partir de este gráfico, podemos tener una imagen de cómo se sanciona el delito en cuestión en cada una de las entidades federativas, logrando matizar y comparar la heterogeneidad que hay a lo largo de los diferentes códigos penales en el país para un mismo delito.

Los gráficos anteriores permiten resumir información extensa y compleja en una imagen clara y accesible. Estas visualizaciones son especialmente útiles cuando se busca presentar datos de manera concisa, permitiendo captar patrones, comparaciones y tendencias de forma inmediata. Al incluir los elementos clave (como etiquetas, leyendas y ejes bien definidos), estos gráficos no solo detallan los datos, sino que también ayudan a interpretar la información de manera eficiente.

En el contexto jurídico, este tipo de herramientas visuales puede ser particularmente valioso para reforzar argumentos. Por ejemplo, en el presente caso, los gráficos pueden ser utilizados para ilustrar la severidad de las penas en distintos delitos, lo que puede respaldar o cuestionar decisiones judiciales o facilitar la comunicación de información técnica a audiencias no especializadas.

D. Consideraciones finales

Como hemos visto, el uso de herramientas gráficas facilita la visualización de datos estadísticos, permitiéndonos comprender de manera breve y clara el comportamiento de los datos. Además, estas herramientas son clave para comunicar información, proporcionando apoyo en la formación de argumentos, hipótesis y opiniones basadas en datos estadísticos.

Sin embargo, es importante advertir que los gráficos son una herramienta de visualización y comunicación con ciertas limitantes. Aunque permiten resumir y presentar grandes volúmenes de datos de manera clara, es difícil observar a través de ellos datos puntuales o detalles más específicos. En muchos casos, los gráficos necesitan complementarse con medidas adicionales como estadísticas descriptivas (por ejemplo, la media, la mediana o la desviación estándar) o con indicadores de error (como barras de error), que ofrecen un mayor nivel de precisión y contexto a la información visualizada.

Para interpretar correctamente estos gráficos y tomar decisiones fundamentadas, es necesario conocer otros elementos de la estadística descriptiva. En el próximo capítulo, abordaremos algunas de las principales métricas de esta rama de la estadística, que nos permitirán no solo analizar de manera más detallada los datos, sino también comprender otros atributos, proporcionando así una visión más robusta y fundamentada.

Bibliografía

Barker, Tom, “Correlation Analysis with Scatter Plots”, en *Pro Data Visualization using R and JavaScript*, Apress, 2013, pp. 157 y ss.

Özdemir, Durmus, “Data presentation: Graphs, frequency tables and histograms”, *Applied Statistics for Economics and Business*, 2016, pp. 15-33.

Proyecto de Sentencia del Amparo Directo en Revisión 6416/2022.
Ministro Ponente Jorge Mario Pardo Rebolledo, 9 de agosto de 2023.

INEGI. “Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares (ENIGH)”. 2022 Nueva serie. Disponible en: «<https://www.inegi.org.mx/programas/enigh/nc/2022/>» [Consultado en septiembre 2021].

Wilke, Claus, “Fundamentals of Data Visualization”, *O'Reilly Media*, 2019.

Es común encontrarnos en los medios de comunicación que se mencionan frases como: “Cierta porcentaje de las personas prefieren utilizar vehículo para trasladarse a sus hogares”; o “por cada consumidor del producto ‘A’, el triple de personas prefiere el producto ‘B’”. Sin embargo, a pesar del uso cotidiano, no siempre nos detenemos a analizar el origen de la cifra. Los valores asociados a porcentajes, proporciones, frecuencias y rangos que solemos encontrar en el día a día pertenecen a una rama particular de la estadística, la estadística descriptiva.

La estadística descriptiva son herramientas que permiten simplificar el análisis de un sinnúmero de datos ya que, como su nombre lo indica, busca describir y resumir, a través de la generalización, todos aquellos resultados obtenidos de estudios con un gran número de participantes o en los que se generan bases de datos con un tamaño considerable.¹ Este tipo de estadística es el más empleado para la comunicación de datos, pues provee a través de una síntesis clara y concisa los resultados obtenidos en estudios realizados.² Los datos que resultan suelen

¹ Bulanov, Nikolay *et al.*, “Basic principles of descriptive statistics in medical research”, *Сеченовский вестник*, vol. 12, núm. 3, 2021, pp. 4-16.

² Alabi, Olubunmi *et al.*, “Introduction to Descriptive Statistics”, *Recent Advances in Biostatistics*, 2023.

ser utilizados por tomadores de decisiones para su uso en el estudio de políticas públicas; por personas de la academia para comprender fenómenos o plantear hipótesis de trabajo que les ayuden a desarrollar nuevas investigaciones; por parte de la sociedad civil para poder entender informes o resultados de consultas de las que formaron parte; por parte de organizaciones civiles e instituciones como un medio para comunicar los resultados y hallazgos obtenidos de estudios poblacionales como censos o encuestas; por parte de empresas para comunicar los resultados de pruebas de mercado; así como por personas operadoras de justicia al acercarse a información de fuentes oficiales para el estudio de fenómenos sociales o datos que apoyen la argumentación acerca de algún tema de interés para la impartición de justicia.

Ejemplo de lo anterior son sentencias en las que la Suprema Corte de Justicia de la Nación ha retomado datos estadísticos de instituciones oficiales como son el Instituto Nacional de Geografía y Estadística (INEGI) y la Organización Internacional del Trabajo (OIT), así como datos de organizaciones sin fines de lucro como Amnistía Internacional, o de organismos internacionales como la ONU. Un caso en particular de lo anterior es el amparo directo 9/2018 en donde la Segunda Sala de este Alto Tribunal decidió que los patrones tienen la obligación jurídica de inscribir a las trabajadoras del hogar ante el IMSS, de lo contrario constituiría un trato discriminatorio, así como una violación al derecho humano a la seguridad social.³

Esta resolución fue apoyada con datos estadísticos relacionados con las personas que ejercen labores del hogar. En la sentencia se encuentran datos que ayudaron a la construcción del argumento, por ejemplo,

³ SCJN, Amparo directo 9/2018, pp. 1-57.

según datos del INEGI “nueve de cada diez empleadas del hogar son mujeres”,⁴ adicionalmente, según datos de la OIT “únicamente el 10 por ciento del trabajo doméstico a nivel mundial (aproximadamente 6.7 millones de hombres y mujeres, según datos de 2013) está cubierto por leyes laborales generales”,⁵ de los cuales “el 80 por ciento de las personas en el sector de trabajo doméstico son mujeres, de manera que la extensión de la protección social a ese grupo podría contribuir significativamente a la reducción de las desigualdades de género”.⁶ A través del uso de estadística descriptiva es posible observar cómo los datos reflejan la desigualdad de condiciones para las personas trabajadoras del hogar, así como la desproporción que hay entre mujeres y hombres que realizan esta labor.

En el caso anterior, podemos darnos cuenta de cómo la generación de datos permite tener un diagnóstico de fenómenos globales y cómo su uso puede contribuir en el acceso a la justicia. Sin embargo, muchas veces dejamos de lado el preguntarnos de dónde provienen estos datos, cuál es el verdadero significado detrás de aseveraciones como las anteriores: ¿qué implica que 9 de cada 10 empleadas del hogar sean mujeres?, y, ¿cuál es el alcance que tienen estos datos? (¿De cuántas mujeres se está hablando?).

Por lo tanto, comprender cómo se formula la estadística descriptiva puede apoyar en un uso consciente, oportuno y efectivo de los datos para la toma de decisiones.⁷

Por lo anterior, en el presente capítulo exploraremos los principios de la estadística descriptiva; cómo se generan los datos, así como la

⁴ *Ibid.*, p. 34.

⁵ *Ibid.*, p. 20.

⁶ *Ibid.*, p. 23.

⁷ Alabi, Olubunmi *et al.*, *op. cit.*, 2023.

manera en la que podemos encontrarnos con ella a lo largo del proceso judicial.

A. Medidas de tendencia central

Una de las maneras más sencillas de comunicar valores en la estadística descriptiva es mediante medidas que resumen a un conjunto de datos de forma simplificada pero representativa. Estas medidas se conocen como medidas de tendencia central.

Las medidas de tendencia central buscan ser una representación de los valores centrales de una serie de datos cuyo comportamiento es el típico esperado en una distribución. Es decir, que a pesar de la variación que pueda existir entre las diferentes medidas de un conjunto de datos, estas medidas puedan dar idea de cuál es el comportamiento generalizado de los valores medidos.⁸ Las tres medidas de tendencia central son: media, mediana y moda.

A continuación, se define cada una de las medidas centrales y se ejemplifica su uso como apoyo para la toma de decisiones jurídicas.

I. Principales medidas de tendencia central

1. Media

También conocida como promedio o media aritmética, esta es, probablemente, la medida de tendencia central más utilizada. Su cálculo se hace a través de la suma de todos los valores de un conjunto de datos. Posteriormente, dicha suma se divide entre el número total de datos o participantes.

⁸ *Id.*

2. Moda

La moda se refiere al valor que podemos encontrar con mayor frecuencia en la muestra, es decir, el valor que se repite más veces en una serie de datos. La medida es susceptible a grupos de datos donde pueda existir más de una moda, o sea, que hay más de un valor que tiene la mayor frecuencia en la muestra. Para obtenerse hay que hacer el conteo de las veces que aparece cada uno de los valores dentro de la muestra, el valor con mayor frecuencia de aparición será la moda.

3. Mediana

Esta medida de tendencia central tiene como objetivo definir el valor que está en el centro de nuestros datos ordenados. Es de especial relevancia en aquellos conjuntos de datos con una alta heterogeneidad de valores y cuyo rango es muy amplio, pues permite conocer, independientemente de los valores más extremos (los de menor y mayor valor), cuál puede ser un valor que hable del comportamiento de la muestra. Su cálculo se realiza ordenando los valores de un conjunto de datos en forma ascendente. Una vez que los datos están ordenados, se determina el tamaño de la muestra y se hace una división:

- Si el tamaño de la muestra es impar, se divide el tamaño de la muestra más uno entre dos. El valor obtenido será el valor nominal que tendrá la mediana.

$$\text{Mediana} = \frac{\text{Tamaño de muestra } (n)+1}{2}$$

- Si el número de datos es par, el tamaño muestral se divide en dos. En este caso habrá dos valores con dicho valor posicional: uno obtenido de contar de manera ascendente y otro

al contar de manera descendente. Por lo anterior, para obtener la mediana se tienen que promediar ambos valores.

$$\text{Mediana} = \frac{\text{Tamaño de muestra } (n)}{2}$$

Pese a que las tres medidas están relacionadas entre sí, es importante conocer sus diferencias, pues dependiendo de la naturaleza de los datos, cada una de ellas nos podrá dar diferente información según sea el caso. Hay que señalar que estas métricas estarán influenciadas por la distribución de nuestros datos. Mientras que en una distribución normal se esperaría que las tres medidas se encuentren en el mismo sitio; en una distribución bimodal encontraremos dos modas, alejadas de la media y la mediana; finalmente, en una distribución asimétrica, se espera que las tres medidas estén separadas una de otra (Figura 1).

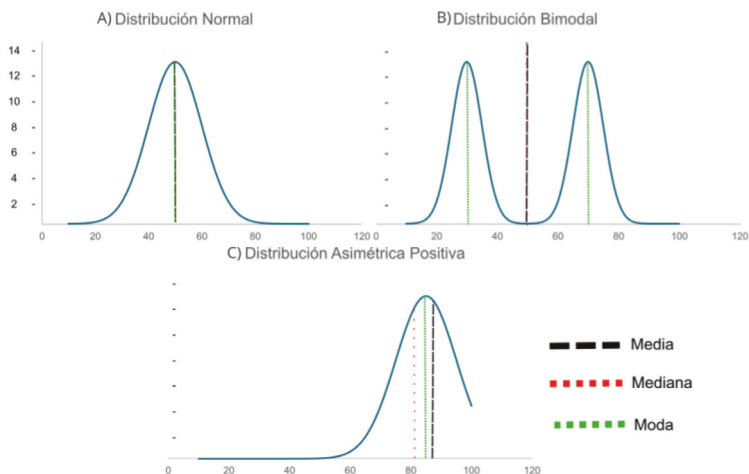


Figura 1. Representación de distribuciones de datos y su relación con las medidas de tendencia central. A) en una distribución normal, la media, mediana y moda coinciden en el mismo punto central. B) en una distribución bimodal, se observan dos modas alejadas

de la media y la mediana. C) en una distribución asimétrica positiva, las medidas de tendencia central están separadas, con la media siendo el valor más alto, la moda a la izquierda y la mediana aún más distante.

Ahora que ya conocemos las tres medidas de tendencia central, podemos pasar a un ejemplo en el cual calcularemos e interpretaremos el valor de la media, la mediana y la moda.

II. Ejemplo del cálculo de medidas de tendencia central

Los datos de la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares (ENIGH) del INEGI en su edición 2022. Esta encuesta tiene por objetivo ofrecer información sobre el manejo de ingresos y gastos en los hogares de México, así como conocer las características ocupacionales y sociodemográficas de los integrantes de los hogares. Para este ejemplo utilizaremos en particular los resultados obtenidos de la pregunta: “¿Cuántos días a la semana llega el agua a esta vivienda?”, donde las posibles respuestas fueron valores de 1 a 7 días a la semana. Para este ejercicio se omitió la categoría “De vez en cuando”, pues no hay una métrica para poder asignarle un valor en días. Así, se tiene una muestra de 79,070 respuestas obtenidas en esta encuesta, de las cuales:

- 3,490 personas contestaron que 1 vez a la semana
- 5,106 personas contestaron que 2 veces a la semana
- 14,942 personas contestaron que cada tercer día (3 días a la semana)
- 55,532 personas contestaron que 7 días a la semana:

Con estos datos, una vez categorizados, es posible observar la diferencia entre las proporciones a través de un gráfico de pastel, como se observa a continuación (Figura 2):

¿CUÁNTOS DÍAS A LA SEMANA LLEGA EL AGUA A ESTA VIVIENDA?

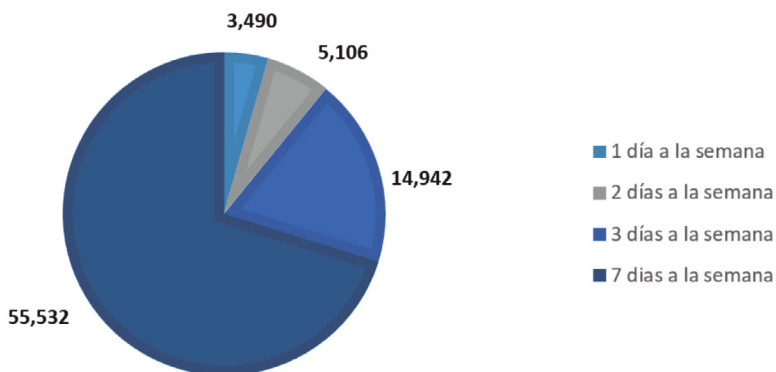


Figura 2. Distribución de la frecuencia con la que llega el agua a las viviendas en México, según la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares (ENIGH) 2022. Las respuestas se agrupan en cuatro categorías: 1 día, 2 días, 3 días y 7 días a la semana.

Con los datos anteriores y con las definiciones previas, podemos obtener la media, mediana y moda de los datos, lo que nos permitirá saber cuántos días a la semana suelen tener agua las personas en México, según los datos de la ENIGH.

1. Media

Para calcular la media, necesitamos multiplicar el número de respuestas por el número de días correspondientes y luego dividir entre el total de respuestas.

Multiplicamos cada categoría por el número de días a la semana:

- 3,490 personas * 1 día = 3,490
- 5,106 personas * 2 días = 10,212
- 14,942 personas * 3 días = 44,826
- 55,532 personas * 7 días = 388,724

Sumamos los productos: $388,724 + 44,826 + 10,212 + 3,490 = 447,252$

Dividimos la suma entre el número de observaciones totales, es decir:

$$\text{Media} = \frac{447353}{79070} = 5.65$$

Así, la media o promedio es de 5.65 días a la semana.

2. Moda

Para obtener la moda debemos observar cuál es el valor que se presenta en más ocasiones, es decir, el más frecuente.

Contamos cuál es la frecuencia de cada uno de los valores reportados. En nuestro ejemplo se observa que el valor más frecuente es el de 7 días a la semana, con una frecuencia absoluta de 55,532 respuestas.

3. Mediana con una muestra impar

Para el caso de la mediana y, debido a la gran cantidad de datos que engloba esta encuesta, se ocupará una muestra de 25 datos tomados de manera proporcional del total de datos. Para este ejemplo la muestra será:

3, 1, 2, 7, 3, 7, 7, 7, 3, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 3, 7, 7, 7, 2, 7, 3, 7.

El primer paso para obtener la mediana será ordenar los valores de forma ascendente, posteriormente dividir el número total de la muestra entre dos y, finalmente, identificar el valor que ocupa esa posición si el número de datos es impar, o el promedio de los dos valores centrales si el número de datos es par.

Ordenamos los valores de forma ascendente:

1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7.

Dividimos el número total de datos entre dos. Como el tamaño de la muestra es un número impar, se usa la fórmula:

$$Moda = \frac{25 + 1}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

Identificamos el valor en la posición 13. En el caso de este ejemplo, ese puesto lo ocupa el valor de 7 días a la semana. Así, tenemos que la moda es 7 días a la semana.

4. Mediana con una muestra par

Para este caso utilizaremos un número par de datos de la muestra original, teniendo así los siguientes valores:

3, 1, 2, 7, 3, 7, 7, 7, 3, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 3, 7, 7, 7, 2, 7, 3, 7.

Ordenamos los valores de forma ascendente:

1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7.

Como tenemos un número de datos par, tendremos que dividir el tamaño de muestra (24 valores) entre dos y obtener el promedio de los dos valores centrales. Esto es:

$$\text{Mediana} = \frac{24}{2} = 12$$

1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7.

La posición 12 de forma ascendente la ocupa un dato de valor 7, mientras que, de forma ascendente, la posición 12 también es ocupada por un valor 7. Lo que ahora tenemos que hacer es el promedio de estos dos valores:

$$\text{Moda} = \frac{7 + 7}{2} = 7$$

Así, la mediana que se tiene es de 7 días a la semana.

5. Interpretación de las medidas de tendencia central

Recapitulando, los datos de la ENIGH muestran que, en promedio, las personas reciben agua 5.6 días a la semana en sus viviendas. Sin embargo, tanto la mediana como la moda señalan que la mayoría de las personas reciben agua 7 días a la semana. Esta diferencia sugiere que, aunque una gran parte de la población cuenta con acceso continuo al agua, un porcentaje significativo la recibe menos de 5 días a la semana, lo que es un indicio de la desigualdad en el acceso al agua que existe en el país (Figura 3).

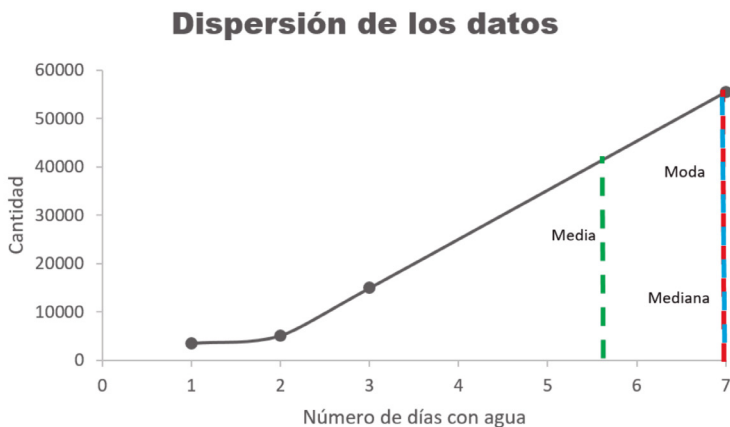


Figura 3. Gráfico de dispersión que muestra la distribución del acceso al agua en las viviendas según la ENIGH 2022. El eje horizontal representa el número de días a la semana en que llega agua a las viviendas, y el eje vertical indica la cantidad de respuestas por categoría. Se observan tres líneas de tendencia central: la moda (en azul), la mediana (en naranja), mientras que la media (en verde).

Una vez comprendido el cálculo de las medidas de tendencia central, podemos revisar algunos ejemplos de cómo se han utilizado en diversos contextos, cómo podemos interpretarlos y cómo podemos relacionarlos con su uso en el acceso a la justicia.

III. Las medidas de tendencia central en la toma de decisiones jurídicas

1. El uso del promedio en un caso de desigualdad en las labores de cuidado

En el amparo directo 6/2023 la Primera Sala de la Suprema Corte de Justicia de la Nación decidió que el divorcio sin causa es constitucional,

el derecho al cuidado no obliga a permanecer casado ni a asumir exclusivamente ese rol; sin embargo, en casos donde la persona necesite de cuidados por alguna condición de salud específica, las autoridades deberán garantizar el derecho al cuidado mediante apoyos adecuados.⁹ En el caso se estudió el derecho al cuidado a través del análisis de algunas características y clasificaciones de las labores de cuidado.

Para contextualizar las labores de cuidado en México, en dicha sentencia se utilizaron datos de la Encuesta Nacional para el Sistema de Cuidados y de la Encuesta Nacional del Uso del Tiempo del INEGI. A través de estos dos instrumentos fue posible conocer que: “las mujeres dedican en promedio 39.7 horas de la semana a trabajos no remunerado de los hogares, mientras que los hombres dedican 15.2 horas”.¹⁰

Esto implica que, en promedio, las mujeres dedican cerca del doble del tiempo a la semana, en comparación con los hombres, a trabajos no remunerados en los hogares mexicanos. Entendiendo la relevancia de este dato, es importante conocer cómo se obtuvo y cuál es la magnitud de esta cifra. Al consultar la base de datos mencionada en la sentencia, se encontró que en el ejercicio se encuestaron a más de 90,000 personas,¹¹ de las cuales la mitad fueron mujeres y la mitad hombres. Estos datos nos permiten interpretar los promedios de otra manera, pues podemos pasar de verlos como un dato aislado (39.7 y 15.2 horas en promedio) a poder entender que esta cifra habla de un patrón de desigualdad que se repite en miles de hogares en México.

⁹ Amparo directo 6/2023, Ministro Ponente Arturo Zaldivar Lelo de Larrea, 18 de octubre de 2023.

¹⁰ *Ibid.*, p. 40.

¹¹ INEGI, Encuesta Nacional sobre Uso del Tiempo, 2019. Disponible en: «<https://www.inegi.org.mx/programas/enut/2019/>» [Consultado en septiembre 2024].

2. La mediana como un indicador de la brecha salarial en México

En el amparo en revisión 405/2019 en el que se alegaba la constitucionalidad de la diferencia en las edades de jubilación entre hombres y mujeres, establecida en el artículo Décimo Transitorio, fracción II, inciso a), de la Ley del ISSSTE. La SCJN decidió que los requisitos de jubilación más bajos para mujeres no vulneran la Constitución, ya que se basan en una medida de igualdad sustantiva, que justifica estas diferencias para nivelar oportunidades. Además, se determinó que esta medida no refuerza estereotipos de género, ya que las mujeres suelen encargarse de los cuidados del hogar.¹² Lo anterior fue apoyado a través del uso de información estadística del INEGI, en particular del estudio titulado “Mujeres y hombres en México dos mil dieciocho”. A partir de dicho estudio se estableció que: “De la *mediana* del ingreso mensual real de las mujeres ocupadas y de los hombres ocupados, se desprende que independientemente de la edad, la escolaridad y el estado civil de las mujeres, la remuneración que perciben por su trabajo es inferior a la que perciben los hombres”.¹³

Como se observa en el extracto anterior, se hace referencia a la mediana y no al promedio. Esto es razonable, ya que la mediana es una medida de tendencia central especialmente útil cuando existe una gran dispersión en los valores de una muestra. El sueldo de una persona puede variar desde unos pocos miles de pesos al mes hasta decenas o incluso centenas de miles, lo que genera un rango de valores muy amplio y diverso. Si se utilizara el promedio como valor de referencia,

¹² Amparo en revisión 405/2019. Ministro Ponente Javier Laynez Potisek, 23 de octubre de 2019.

¹³ *Ibid.*, p. 48.

probablemente este sería mayor al sueldo que realmente percibe la mayoría de las personas, ya que los valores más altos distorsionarían el cálculo, elevando el sueldo promedio de manera poco representativa. Por esta razón, la mediana es preferible, pues refleja mejor el sueldo típico dentro de una distribución con grandes disparidades.

A partir del análisis, podemos concluir que, pese a la gran disparidad en los ingresos mensuales en una población, hay una tendencia clara: las mujeres reciben una remuneración menor que los hombres. Esto ocurre independientemente de los ingresos mínimos o máximos, lo que sugiere una desigualdad salarial sistemática entre ambos géneros. Esta tendencia persiste incluso cuando se eliminan los efectos de los valores extremos (ingresos extremadamente bajos o altos) en los datos, lo que refuerza la existencia de una brecha salarial de género.

3. El uso de la moda en las pruebas sobre los niveles de níquel en la orina

En el auto 616/18 de la sentencia T-733/17, la Corte Constitucional de Colombia resolvió un caso acerca de la contaminación producida por una empresa minera con una de las minas de níquel a cielo abierto más grandes del mundo hasta esa fecha.¹⁴ Este caso se centró en la protección del derecho a la consulta previa, la protección del medio ambiente y la responsabilidad jurídica por el daño ocasionado a este, así como los derechos colectivos al medio ambiente sano y a la salud pública. Al respecto, en un dictamen pericial que formó parte de la sentencia, se establecen los niveles de níquel en la orina en los pobladores de las comunidades afectadas; el informe pericial establece que:

¹⁴ Corte Constitucional de la República de Colombia. Auto 616/18 de la sentencia T-733/17. Magistrado Ponente Alberto Rojas Ríos. 20 de septiembre de 2018.

“El promedio de níquel en orina fue de 27,36 mcg/lit con una mediana de 24,94, una moda de 22,08 (máx. 125,83; min. 0,00) [...]”¹⁵ Con lo anterior, y comparándolo con niveles de otras dependencias internacionales que señalan un rango de entre 1 a 3 microgramos de níquel por litro de orina, la Corte Constitucional observó que los niveles en los pobladores afectados por la empresa eran muy superiores a dichos estándares.

El uso de las medidas de tendencia central en este caso nos permite comprender el comportamiento del fenómeno en la población estudiada, mostrando niveles elevados de níquel en la orina. La similitud entre la media, la mediana y la moda sugiere que, aunque existe variabilidad dentro de la población, existe una tendencia a niveles elevados de níquel en la orina. En particular, la moda indica que el valor más frecuente fue de 22.08 microgramos, lo que supone que, si tomamos una muestra al azar en esta población, lo más probable es que presente estos niveles del contaminante en la orina. Finalmente, al analizar el promedio, podemos observar que este es superior a la mediana y a la moda, lo que podría indicar que hay algunos individuos con niveles significativamente superiores de níquel en la orina, lo cual puede estar influenciando el promedio.

IV. Recapitulación

- Existen tres principales medidas de tendencia central: media, mediana y moda. Las medidas de tendencia central son un indicativo de cómo se distribuyen los datos de una muestra.

¹⁵ *Ibid.*, pp. 288.

- La media o promedio se refiere al valor que se obtiene de la suma de todos los datos de una muestra y dividiéndolo entre su tamaño muestra. Suele ser el valor más reportado y busca dar un valor que represente el comportamiento general de la muestra.
- La mediana es el valor central en un conjunto de datos ordenados. Representa el punto donde la mitad de los datos está por debajo y la otra mitad por encima, lo que la hace útil para describir la tendencia central, especialmente en distribuciones con valores atípicos.
- La moda es el valor con más frecuencia en un conjunto de datos. Es útil para identificar el valor más común en la muestra, especialmente en distribuciones donde ciertos valores se repiten con mayor frecuencia.
- Conocer las medidas de tendencia central es esencial para interpretar datos de manera precisa, lo que fortalece la capacidad de utilizar la información de manera efectiva en la búsqueda de justicia y equidad.

B. Medidas de posición

Las medidas de posición son aquellas que dividen a nuestro conjunto de datos o muestra ordenada en partes iguales. Estas medidas son de gran utilidad para comprender la distribución de los datos, la dispersión de estos, así como para observar valores extremos. A esta categoría de medidas también se les conoce como cuantiles, pues reflejan cuántos datos hay en una fracción dada de la muestra. Otro de los usos más frecuentes de los cuantiles es en la interpretación de gráficos de

caja. Este tipo de gráfico representa la distribución de los datos a través de los cuartiles, destacando especialmente la mediana (Q_2), y los cuartiles 1 (Q_1) y 3 (Q_3). Los gráficos de caja permiten visualizar las diferencias entre grupos dentro de una misma categoría, mostrando la dispersión de los datos entre Q_1 y Q_3 , así como la presencia de valores atípicos. Además, algunas medidas de dispersión, como el rango intercuartílico (IQR), se basan en los cuartiles para calcular la variabilidad dentro de un conjunto de datos.^{16, 17 y 18} Existen diferentes tipos de cuantiles, sin embargo, hay tres que suelen ser los más utilizados que son:

I. Principales medidas de posición

1. Cuartiles

Los cuartiles, como su nombre lo indica, dividirán la muestra en 4 partes iguales, cada una de estas partes corresponderá al 25% de los datos.

- El primer cuartil (Q_1), marca el 25% de los datos. El Q_1 equivale a la mediana de la mitad inferior de la muestra.
- El segundo cuartil (Q_2) marca el 50% de los datos. El Q_2 equivale a la mediana.
- El tercer cuartil (Q_3) marca el 75% de los datos. Equivale a la mediana de la mitad superior de la mediana.

¹⁶ Özdemir, Durmus, *op. cit.*, 2016.

¹⁷ Shafer, Douglas *et al.*, "Introductory Statistics", Saylor Foundation, 2012.

¹⁸ Bencardino, Ciro, *Estadística básica aplicada*, Ecoe Ediciones, Bogotá, 2019.

Estas medidas dividen el conjunto de datos en cuatro partes iguales, facilitando el análisis de la distribución de los datos (Figura 4).

La fórmula general para el cálculo de los cuartiles es:

$$Q_k = \left(\frac{k(n+1)}{4} \right)$$

Donde:

- Q_k es el valor del cuartil que se desea encontrar (por ejemplo, Q_1 para el primer cuartil, Q_2 para el segundo cuartil o mediana, y Q_3 para el tercer cuartil).
- k es el número del cuartil que se desea calcular (1 para el primer cuartil, 2 para la mediana, y 3 para el tercer cuartil).
- n es el tamaño de la muestra, es decir, el número total de datos en el conjunto.

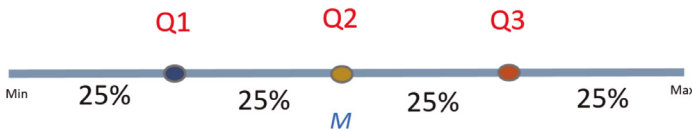


Figura 4. Ilustración de la división de un conjunto de datos en cuartiles. La línea horizontal se divide en cuatro segmentos iguales, cada uno representando el 25% de los datos. El primer cuartil (Q_1) está marcado en el 25%, el segundo cuartil (Q_2), que coincide con la mediana, en el 50%, y el tercer cuartil (Q_3) en el 75%. Estos puntos ayudan a visualizar cómo se distribuyen los datos desde el valor mínimo al máximo. La 'M' en el centro indica la mediana.

2. Deciles

Por su parte, los deciles son el resultado de dividir la muestra en 10 fracciones, de ahí su nombre. En general, los deciles se suelen indicar con la letra D seguida del número que corresponde a la fracción del 10% acumulada¹⁹ (Figura 5). Por ejemplo:

- D_1 para el primer decil, que marca el 10% de los datos.
- D_2 para el segundo decil, que marca el 20% de los datos.

Así sucesivamente hasta D_9 , que marca el 90% de los datos. La fórmula general para el cálculo de los deciles es:

$$Dk = \left(\frac{k(n+1)}{10} \right)$$

Donde:

- Dk es el valor del decil que se desea encontrar (por ejemplo, $D1$ para el primer decil, $D2$ para el segundo decil, y así sucesivamente hasta $D9$ para el noveno decil).
- k es el número del decil que se desea calcular (1 para el primer decil, 2 para el segundo decil, y así sucesivamente hasta 9 para el noveno decil).
- n es el tamaño de la muestra, es decir, el número total de datos en el conjunto.

¹⁹ Ídem.

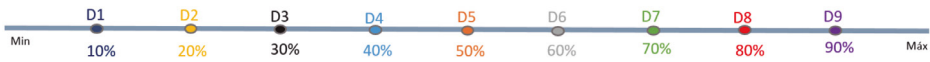


Figura 5: Ilustración de la distribución de datos en deciles. La línea horizontal representa el rango completo de los datos, desde el mínimo hasta el máximo. Cada decil, indicado por D_1 a D_9 , marca incrementos del 10% en la acumulación de datos. El último decil, D_9 , se sitúa justo antes del valor máximo, resaltando el 90% de la acumulación de datos.

3. Percentiles

También llamado centiles, son el resultado de dividir la muestra en 100 partes, de ahí su nombre. En general, los deciles se suelen indicar con la letra P seguida del número que corresponde a la fracción del 1% acumulada.²⁰ Por ejemplo:

- P_1 para el primer percentil, que marca el 1% de los datos.
- P_{48} para el cuadragésimo octavo percentil, que marca el 48% de los datos.

Así sucesivamente hasta P_{99} , que marca el 99% de los datos. La fórmula general para el cálculo de los percentiles es:

$$Pk = \left(\frac{k(n+1)}{100} \right)$$

Donde:

- **Pk** es el valor del percentil que se desea encontrar (por ejemplo, P_1 para el primer percentil, P_{20} para el vigésimo percentil, y así sucesivamente hasta P_{99} para el último percentil).

²⁰ Ídem.

- k es el número del percentil que se desea calcular (1 para el primer percentil, 20 para el segundo, y así sucesivamente hasta 99 para el último percentil).
- n es el tamaño de la muestra, es decir, el número total de datos en el conjunto.

II. Ejemplo de cálculo de las medidas de posición

Ahora que sabemos cómo se calculan las medidas de posición, podemos hacer el cálculo con un ejemplo hipotético y luego analizar algunos casos en donde se han utilizado este tipo de medidas relacionados con la defensa de los derechos humanos.

Para este ejemplo retomaremos los datos relacionados con el número de días a la semana que las personas reciben suministro de agua en sus viviendas según datos del INEGI. Para ello ocuparemos una muestra de 25 datos, estos ya los tendremos ordenados de menor a mayor:

1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7.

A continuación, definiremos cuáles cuartiles, deciles y percentiles queremos estimar y aplicaremos la fórmula según corresponde.

Primer cuartil (Q_1):

$$Q_1 = \left(\frac{1x(25 + 1)}{4} \right) = 6.5$$

La posición 6.5 corresponde a las posiciones 6 y 7, que en este caso ambas tienen el valor de 3. Por lo tanto, el cuartil se colocaría en dicho valor, 3 días a la semana.

Tercer decil (D_3):

$$D_3 = \left(\frac{3x(25 + 1)}{10} \right) = 7.8$$

La posición 7.8 (u 8) tiene el valor de 3. Por lo tanto, el decil se colocaría en dicho valor, 3 días a la semana.

Octagésimo tercer percentil (P_{83}):

$$P_{83} = \left(\frac{83x(25 + 1)}{100} \right) = 21.58$$

La posición 21.58 (o sea 22) tiene el valor de 7. Por lo tanto, el percentil se colocaría en dicho valor, 7 días a la semana.

III. Las medidas de posición en la toma de decisiones jurídicas

1. Amparo directo en revisión 8314/2019

En este asunto, la Segunda Sala de la Suprema Corte de Justicia analizó la inconstitucionalidad de los límites de ingresos mínimos como criterio para autorizar o negar programas sociales.²¹ Como parte de

²¹ Amparo directo en revisión 8314/2019. Ministro Ponente Alberto Pérez Dayán, 23 de septiembre de 2020.

los datos utilizados en la argumentación, en la sentencia se mencionan datos sobre la disparidad en el ingreso de aquellos hogares con personas con discapacidad. Más concretamente, se menciona que: “La mayoría de los hogares que tienen personas con discapacidad **‘está en los deciles de ingresos más bajos’**”. Hasta 45% de los ingresos de esos hogares proviene de transferencias oficiales –54.7 % del total– y de otro tipo –INEGI 2012–.”²²

La aseveración anterior menciona los ingresos en términos de “deciles”, lo cual puede no ser intuitivo para todos los lectores. Como ya vimos, los deciles dividen un conjunto de datos en diez partes iguales, cada una representando el 10% de la población ordenada por ingresos. Cuando se dice que un hogar está en los deciles más bajos, significa que los ingresos de los hogares donde vive una persona con discapacidad se encuentran probablemente entre el 10% y el 40% más bajo de todos los ingresos de la población. Es importante considerar el tipo de cuantil utilizado para dimensionar correctamente estos valores. Por ejemplo, si en lugar de deciles se mencionaran “centiles más bajos”, esto podría referirse a un rango aún más específico, como el 1% al 10% de los ingresos más bajos. Por otro lado, “el cuartil más bajo” indicaría que estos hogares se encuentran dentro del 25% más bajo. Así, el tipo de cuantil empleado cambia la precisión y el contexto del análisis, dándonos una perspectiva más ajustada sobre las implicaciones de estos datos.

IV. Recapitulación

- Las medidas de posición dividen un conjunto de datos en partes iguales, facilitando la comprensión de su distribución y ayudando a identificar patrones y tendencias.

²² Ídem, p. 34.

- Cuartiles, deciles y percentiles son los tipos más comunes de cuantiles, que dividen la muestra en 4, 10 y 100 partes iguales, respectivamente.
- Estas medidas permiten analizar la dispersión y concentración de los datos, proporcionando una visión clara sobre cómo se distribuyen los valores dentro de un conjunto.
- Comprender el uso de cuantiles es esencial para interpretar datos de manera precisa, lo que puede ser crucial en la toma de decisiones informadas en diversos contextos, incluidos los legales.

C. Medidas de dispersión o variabilidad

Dentro de la estadística descriptiva hay otro tipo de medidas que nos ayudan a entender el comportamiento de los datos y que, en particular, nos ayudan a dimensionar la variación que existe entre los valores de una muestra. A este tipo de medidas se les conoce como medidas de dispersión.

Las medidas de dispersión ayudan a complementar las medidas de tendencia central, pues ayudan a conocer cómo se diseminan los datos en una muestra. Esto es porque diferentes muestras pueden presentar comportamientos diferentes, pero las medidas de tendencia central podrían ofrecer valores similares entre sí. Por ejemplo, el promedio de dos grupos de datos puede ser muy similar o incluso idéntico, sin embargo, uno de estos grupos puede tener una dispersión de datos mucho mayor que el otro, es decir, que dentro de este grupo de datos haya valores extremos que estén enmascarando el promedio.

Para poder visualizar y comprender las diferencias entre las muestras, se pueden utilizar otros atributos de la estadística descriptiva como lo son las medidas de dispersión o de variabilidad. A continuación, se describen las principales medidas de dispersión^{23, 24, 25 y 26}:

I. Descripción de las métricas

1. Rango

Es quizá la medida de dispersión más simple; sin embargo, nos permite conocer el intervalo bajo el cual se dispersan los datos. Se calcula como la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo de la muestra (Figura 6). Esta medida nos ayudará a entender las diferencias más grandes que podremos encontrar en los valores observados de una muestra. La fórmula para calcular el rango es:

$$\text{Rango} = X_{\max} - X_{\min}$$

Donde:

- X_{\max} equivale al valor máximo que encontramos en nuestra muestra.
- X_{\min} se refiere al valor mínimo que encontramos en nuestra muestra.

²³ Mayorga-Ponce, Rocío *et al.*, *op. cit.*, 2021.

²⁴ Özdemir, Durmus, "Data presentation: Graphs, frequency tables and histograms", *op. cit.*, 2016, pp. 15-33.

²⁵ Vetter, Thomas, "Descriptive Statistics: Reporting the Answers to the 5 Basic Questions of Who, What, Why, When, Where, and a Sixth, So What?", *Anesthesia and Analgesia*, 2017, vol. 125, núm. 5, pp. 1797-1802.

²⁶ Shafer, Douglas *et al.*, *op. cit.*, 2012.

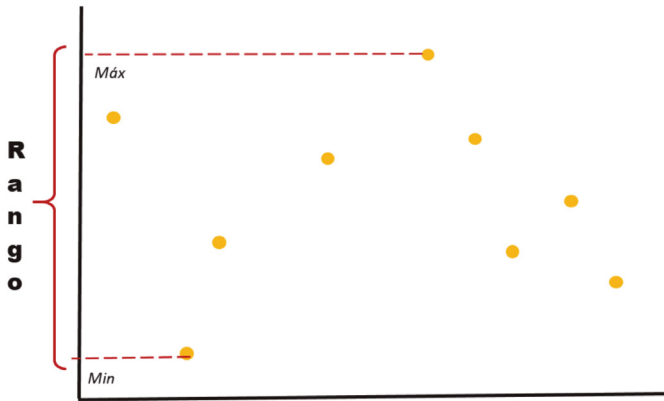


Figura 6. Representación visual del rango en un conjunto de datos. El gráfico ilustra la dispersión de los datos mediante puntos amarillos sobre un eje horizontal. Los valores mínimo y máximo están indicados por líneas discontinuas en rojo, marcando los límites dentro de los cuales se distribuyen los datos.

2. Distancia intercuartil

También conocida como rango intercuartil (IQR, por sus siglas en inglés), es una medida de dispersión que indica el rango en el cual se dispersa el 50% de los datos centrales, pues se estima a partir de los datos del primer y tercer cuartiles. Se construye restando el valor del tercer cuartil (Q_3) menos el del cuartil inferior (Q_1), esto generará el rango de dispersión que hay alrededor de la mediana (Q_2). Esta medida suele ser reportada junto con la mediana (Figura 7). La fórmula para su cálculo es:

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

Donde:

- Q_3 equivale al valor del tercer cuartil de la muestra.
- Q_1 se refiere al valor del primer cuartil de la muestra.

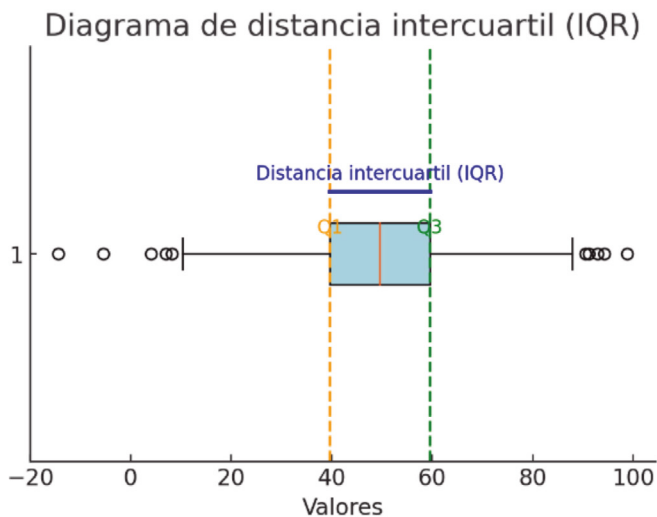


Figura 7: Diagrama de caja que muestra la distancia intercuartil (IQR) de un conjunto de datos. El gráfico destaca los cuartiles Q_1 y Q_3 que encuadran la caja central que representa donde se dispersa el 50% de los datos.

3. Varianza

Esta es una medida de dispersión cuya interpretación puede resultar más abstracta, pues el resultado obtenido se expresa en unidades cuadradas, no en las unidades originales de nuestra muestra. Se define la varianza como el promedio de los cuadrados de las desviaciones respecto a la media. Para calcularla se estima la diferencia que hay entre cada uno de los datos de la muestra con el promedio. Posteriormente todos estos valores se elevan al cuadrado y se suman. Finalmente, estos son divididos entre el número total de datos (para obtener el promedio). Hay que señalar que la fórmula para determinar la varianza se hace dependiendo de si los datos corresponden a un conjunto de datos muestral (S^2) o poblacional (σ^2).

Es importante mencionar que, si bien la varianza puede ser difícil de interpretar, esta es una medida importante, ya que a partir de ella se genera la desviación estándar. A mayor dispersión, mayor será la varianza. El cálculo de esta medida de dispersión puede ser tan complejo como el número de datos que tengamos; sin embargo, muchos programas de procesamiento de datos permiten la obtención de este valor de forma automática. Las fórmulas para su obtención son:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(X_i - \mu)^2}{N}$$

Donde:

- σ^2 es la varianza poblacional.
- X_i es cada valor en el conjunto de datos.
- μ es la media de la población (el promedio de todos los valores).
- N es el número total de datos de la población.

$$s^2 = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

Donde:

- s^2 es la varianza de una muestra.
- X_i es cada valor en la muestra.
- \bar{X} es la media muestral.
- N es el número total de datos en la muestra.

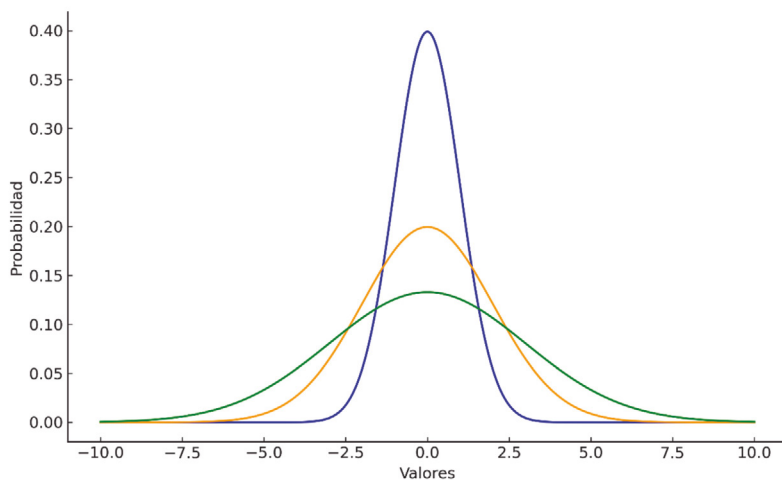


Figura 8: Cambios en la distribución normal con diferentes varianzas. A medida que la varianza aumenta, las curvas se aplanan y se ensanchan, lo que indica una mayor dispersión de los datos con respecto a la media.

4. Desviación estándar

La desviación estándar, a diferencia de la varianza, sí recupera las unidades originales de nuestros datos; es decir, si hablamos del precio en pesos mexicanos de un servicio, la desviación estándar estará en términos de pesos mexicanos; si hablamos en litros de agua, la desviación estándar estará en la misma unidad (litros de agua). Para su estimación se tiene que obtener la raíz cuadrada de la varianza.

La medida de dispersión es informativa porque refleja que los valores de un grupo de datos se alejan respecto al promedio; es decir, qué tan lejos están los valores del promedio; a mayor dispersión, mayor será la desviación estándar. Es importante señalar que, en una distribución

de datos normal, el 68% de los datos de la muestra se encontrarán a una desviación estándar, mientras que el 95% de los datos se encontrarán a 2 desviaciones; los intervalos de confianza se suelen construir a partir de esta medida de dispersión.

Al igual que la varianza, habrá ligeras modificaciones si tratamos de estimar la desviación estándar de una población o de una muestra. A continuación, se incluyen las fórmulas para su cálculo:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \mu)^2}{N}}$$

Donde:

- σ^2 es la varianza poblacional.
- X_i es cada valor en el conjunto de datos.
- μ es la media de la población (el promedio de todos los valores).
- N es el número total de datos en la población.

$$s = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{(n - 1)}}$$

Donde:

- s es la varianza de una muestra.
- X_i es cada valor en la muestra.
- \bar{X} es la media muestral.
- n es el número total de datos en la muestra.

Como podemos observar, las fórmulas de la desviación estándar se calculan de las de la varianza, con la única diferencia de que se obtiene

la raíz cuadrada del valor resultante. En este caso, la representación gráfica nos muestra cómo, al hablar de desviaciones estándar, no estamos hablando solo de un valor puntual, sino de áreas bajo la curva de una distribución normal (Figura 9). Estas áreas corresponden a porcentajes específicos de datos que se espera encontrar dentro de ciertos rangos de desviaciones estándar: aproximadamente el 68% de los datos se encuentran dentro de una desviación estándar de la media, el 95% dentro de dos desviaciones, y el 99.7% dentro de tres desviaciones estándar.

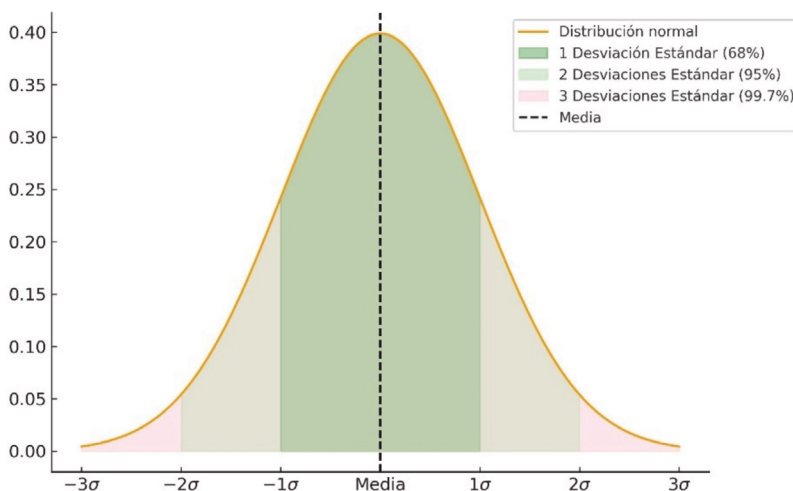


Figura 9. Representación gráfica de una distribución normal destacando las áreas bajo la curva correspondientes a diferentes desviaciones estándar. La línea vertical punteada negra marca la media de la distribución, mientras que las áreas sombreadas representan las desviaciones estándar desde la media: -3σ , -2σ , -1σ , $+1\sigma$, $+2\sigma$ y $+3\sigma$. Muestra cómo los datos se concentran alrededor de la media y se dispersan en términos de desviaciones estándar.

2. Varianza

Ahora bien, para calcular la varianza y la desviación estándar, primero debemos definir el tipo de conjunto de datos que tenemos. En este caso, contamos con una muestra, por lo tanto, deberemos ocupar las fórmulas correspondientes.

Primero tenemos que obtener la media, es decir, el promedio. En este caso, el promedio de los datos es de 5.24.

Después de calcular la media muestral, la varianza se obtiene restando la media de cada uno de los valores, elevando al cuadrado esa diferencia, y luego sumando todos los resultados. En lugar de escribir cada valor por separado, cuando hay múltiples valores iguales, puedes agruparlos y multiplicar el resultado por la cantidad de veces que ese valor aparece en la muestra. Esto simplifica la fórmula sin cambiar el resultado.

$$s^2 = \frac{(1*(1-5.24)^2)+(2*(2-5.24)^2)+(7*(3-5.24)^2)+(15*(7-5.24)^2)}{(25-1)}$$

En la fórmula anterior podemos observar que el valor 1 aparece una sola vez, el valor 2 aparece en dos ocasiones, el 3 aparece en siete ocasiones y el valor de 7 días aparece en 15 ocasiones, motivo por el cual simplificamos la fórmula de dicha manera.

Al resolver, se tiene que la varianza es:

$$s^2 = \frac{120.62}{24} = 5.03$$

Si bien el valor obtenido es de 5.03, recordemos que la varianza no está dada en los términos originales (días a la semana), por lo cual, a

continuación, calcularemos la desviación estándar que se obtiene estimando la raíz cuadrada de la varianza.

3. Desviación estándar

La fórmula en extenso es:

$$s = \sqrt{\frac{(1*(1 - 5.24)^2) + (2*(2 - 5.24)^2) + (7*(3 - 5.24)^2) + (15*(7 - 5.24)^2)}{25 - 1}}$$

Al resolver:

$$s = \sqrt{\frac{120.62}{24}} = \sqrt{5.03} = 2.24$$

4. Interpretación de las medidas de dispersión

En el análisis de los datos sobre el número de días a la semana que las viviendas reciben suministro de agua, obtuvimos varias medidas de dispersión que nos ofrecen diferentes perspectivas. El rango, que resultó 6, nos indica la diferencia entre la vivienda que recibe agua solamente 1 día a la semana y aquella que la recibe los 7 días. Esto sugiere que hay una amplia variabilidad en el acceso al agua, pero el rango no nos informa sobre cómo están distribuidos los datos entre estos extremos.

La distancia intercuartil fue de 4 días, lo que significa que el 50% de las viviendas reciben entre 3 y 7 días de suministro de agua a la semana. Esto nos permite descartar los valores más extremos y enfocarnos en cómo se distribuye la mayoría de los datos, mostrando que, para muchas viviendas, el acceso es bastante moderado.

La varianza fue de 5.03 días al cuadrado, lo que representa la dispersión global de los datos con respecto a la media de 5.24 días. Sin embargo, las unidades de la varianza no son fácilmente interpretables, ya que están al cuadrado. Finalmente, la desviación estándar, que es la raíz cuadrada de la varianza, fue de 2.24 días. Esta medida nos indica que, en promedio, las viviendas se desvían 2.24 días de la media de 5.24 días de suministro, lo que proporciona una interpretación más directa y útil en las mismas unidades que los datos.

Estas medidas son útiles en contextos donde se quiera entender no solo cuántos días reciben agua las viviendas en promedio, sino también cuánta variabilidad hay en el acceso al agua entre diferentes hogares. El rango y la distancia intercuartil permiten ver los extremos y el comportamiento intermedio de los datos, mientras que la varianza y la desviación estándar ofrecen una visión cuantitativa más precisa de la dispersión en relación con la media.

III. Las medidas de dispersión en la toma de decisiones jurídicas

1. Desproporcionalidad en el cobro de servicios de búsqueda, copias simples y certificadas. Acción de inconstitucionalidad 76/2023 y sus acumuladas 80/2023 y 83/2023

En esta acción de inconstitucionalidad²⁷ la Suprema Corte de Justicia revisó diversas normas contenidas en Leyes de Ingresos de diversos

²⁷ Acción de inconstitucionalidad 76/2023 y sus acumuladas 80/2023 y 83/2023. Ministro Ponente Alfredo Gutiérrez Ortiz Mena, 11 de diciembre de 2023.

municipios del estado de Oaxaca. Algunas de estas normas mencionaban el cobro por búsqueda de documentos en los archivos municipales y expedición de documentos en copias simples y certificadas no relacionados con acceso a la información. Al respecto, la Corte decidió que este cobro por servicios no era válido, pues el mismo debe ser proporcional a los servicios prestados; estos no deben perseguir lucro alguno.

Como parte de la sentencia, se incluyeron los rangos de costos para los servicios mencionados en las normas tratadas. Se especificaron los siguientes montos:

- “las copias simples por hoja cobradas en un rango de \$2.00 (dos pesos 00/100 moneda nacional) a \$200.00 (doscientos pesos 00/100 moneda nacional)”.²⁸
- “las certificaciones por hoja el rango va de \$5.00 (cinco pesos 00/100 moneda nacional) y hasta \$30.00 (treinta pesos 00/100 moneda nacional)”.²⁹

Analizando estos rangos, podemos observar que, en el caso de las copias simples por hoja, la diferencia entre el costo mínimo y máximo es de \$198.00, mientras que, en el caso de las certificaciones por hoja, el rango es de \$25.00. Como señaló el Tribunal Pleno de la Suprema Corte, es evidente la disparidad entre los costos mínimo y máximo de cada trámite, siendo la diferencia más notable en las copias simples por hoja.

²⁸ *Ibid.*, p. 67.

²⁹ *Ibid.*, p. 68.

Aunque no se mencionó explícitamente el valor de la diferencia, al proporcionar los precios mínimo y máximo, es posible calcularla y dimensionar la magnitud de la disparidad en los costos mencionados en la sentencia. Es claro que, en ambos casos, la diferencia es considerable.

2. El uso de la desviación estándar como indicador de la relación entre el empleo y la violencia

En el amparo en revisión 582/2020 la Segunda Sala revisó la constitucionalidad del supuesto de exclusión previsto en el artículo sexto, fracción XVI, del Decreto de Estímulos Fiscales Región Fronteriza Norte, consistente en que no podrá aplicarse el estímulo fiscal previsto en el artículo Segundo del Decreto señalado, a los contribuyentes que suministren personal mediante subcontratación laboral o se consideren intermediarios en los términos de la Ley Federal del Trabajo. Decidió que el artículo sexto, fracción XVI del Decreto de Estímulos Fiscales Región Fronteriza Norte, que excluye a los contribuyentes que suministran personal mediante subcontratación laboral de recibir los beneficios fiscales, no es inconstitucional, ya que no impide que dichos contribuyentes realicen sus actividades económicas.³⁰

Como parte del estudio acerca de la diferencia en la actividad económica entre la zona fronteriza y el resto del país, se retomó que en “Un estudio reciente realizado por *Dell et al.* (2018) estima que en México hay una disminución de una desviación estándar en el empleo proporcionado por las empresas del sector manufacturero lo cual incrementa la tasa de homicidios en 5.4 por cada 100 mil habitantes. La alta

³⁰ Amparo en revisión 582/2020. Ministro Ponente José Fernando Franco González Salas, 23 de junio de 2021.

concentración de la industria manufacturera en la zona fronteriza ha hecho que ésta se vea afectada por la combinación de baja generación de empleo e incrementos en la violencia”.³¹

Como se puede observar, en el párrafo anterior se hace referencia a la disminución del empleo en términos de desviación estándar, lo cual tiene implicaciones en la tasa de homicidios. Sin embargo, es necesario preguntarnos qué factores específicos permiten que el cambio en una variable (la disminución del empleo) afecte a otra (la tasa de homicidios). Para ello, primero debemos comprender qué significa una disminución en términos de desviación estándar.

Recordemos que una desviación estándar mide la dispersión de los datos en torno a su media, y aproximadamente el 68% de los datos se encuentran dentro de una desviación estándar de la media en una distribución normal. Esto implica que una disminución de una desviación estándar en el empleo afecta a un número considerable de personas, lo que sugiere un impacto significativo en la economía local. En este caso, la reducción en el empleo en el sector manufacturero ha dejado a un gran porcentaje de la población sin trabajo, lo que contribuyó al aumento de la tasa de homicidios.

D. Consideraciones finales

Como hemos visto en el presente capítulo, la estadística descriptiva es una aproximación accesible para explicar fenómenos mediante el análisis de un conjunto de datos. Además, con el uso de herramientas como las medidas de tendencia central, las medidas de posición y

³¹ *Ibid.* p. 23.

las medidas de dispersión, podemos entender mejor cómo se distribuyen los valores en una población. Esto nos permite identificar patrones, detectar posibles anomalías y resumir la información de manera efectiva, lo que facilita la toma de decisiones basada en datos y el diseño de estrategias de intervención informadas.

Hay que advertir que, si bien la estadística descriptiva es una herramienta muy útil, tiene sus limitaciones, pues, tal como advierten diversos autores, la estadística descriptiva puede proporcionar un resumen del conjunto de datos; sin embargo, este tipo de herramientas no establecen causalidad y tampoco permiten la formulación de pruebas de hipótesis. Adicionalmente, tal como lo observamos en las medidas de tendencia central, estas son especialmente susceptibles a la distribución de los datos en la muestra, pues en general en tamaños de muestra reducidos o con distribuciones diferentes a la normal, estos descriptores suelen ser poco realistas. Hay que señalar que la utilidad de este tipo de estadística recae en el uso y el alcance que se le dé, pues estas medidas descriptivas funcionan muy bien para sentar las bases de una investigación a mayor profundidad, describir a grandes rasgos estudios o poder reforzar argumentos.³²

³² Alabi, Olubunmi *et al.*, *op. cit.*, 2023.

Bibliografía

- Alabi, Olubunmi *et al.*, “Introduction to Descriptive Statistics”, *Recent Advances in Biostatistics*, IntechOpen, 2023.
- Bulanov, Nikolay *et al.*, “Basic principles of descriptive statistics in medical research”, *Сеченовский вестник*, 2021, vol. 12, núm. 3, pp. 4-16.
- Bencardino, Ciro, “Estadística básica aplicada”, 5a. ed., *Ecoe Ediciones*, Bogotá, 2019.
- Corte Constitucional de Colombia, Auto 616/18 de la sentencia T-733/17. Magistrado Ponente Alberto Rojas Ríos. 20 de septiembre de 2018.
- INEGI, “Encuesta Nacional sobre Uso del Tiempo, 2019”. Disponible en: «<https://www.inegi.org.mx/programas/enut/2019/>» [Consultado en septiembre 2024].
- Mayorga-Ponce, Rocío *et al.*, “Medidas de dispersión”, *Educación y Salud Boletín Científico Instituto de Ciencias de La Salud Universidad Autónoma Del Estado de Hidalgo*, vol. 9, núm. 18, 2021, pp. 77-79.
- Özdemir, Durmus, *Applied Statistics for Economics and Business*, Springer, Suiza, 2016.
- Shafer, Douglas *et al.*, “Introductory Statistics”, *Saylor Foundation*, 2012.

Vetter, Thomas, “Descriptive Statistics: Reporting the Answers to the 5 Basic Questions of Who, What, Why, When, Where, and a Sixth, So What?”, *Anesthesia and Analgesia*, 2017, vol. 125, núm. 5, pp. 1797-1802.

Precedentes emitidos por la SCJN

Acción de inconstitucionalidad 76/2023 y sus acumuladas 80/2023 y 83/2023. Ministro Ponente Alfredo Gutiérrez Ortiz Mena. 11 de diciembre de 2023.

Amparo directo 9/2018, Ministro Ponente Alberto Pérez Dayán, 5 de diciembre de 2018.

Amparo directo en revisión 8314/2019. Ministro Ponente Alberto Pérez Dayán. 23 de septiembre de 2020.

Amparo en revisión 405/2019. Ministro Ponente Javier Laynez Potisek. 23 de octubre de 2019.

Amparo directo 9/2018, Ministro Ponente Alberto Pérez Dayán, 5 de diciembre de 2018

Amparo en revisión 582/2020. Ministro Ponente José Fernando Franco González Salas. 23 de junio de 2021.

Comúnmente encontramos en la literatura y los medios de comunicación información sobre atributos poblacionales. Por ejemplo, en su comunicado con motivo del Día de las Madres, el INEGI señaló que para el año 2023: “en México residían 56 millones de mujeres de 12 años y más; de ellas, 67% (38 millones) eran madres”.¹ A menudo, damos por sentados estos datos sin cuestionar su origen.

Existen dos formas intuitivas de obtener esta información. La primera sería encuestar a los 56 millones de mujeres y preguntarles si son madres. Sin embargo, podemos imaginar la dificultad de llevar a cabo tal tarea, ya que sería extremadamente costosa, tanto económica como logísticamente. Entrevistar a cada una de las mujeres en México es prácticamente imposible. La otra alternativa sería la planeación de un censo o encuesta en donde se selecciona una muestra representativa de mujeres, a quienes se les hace la misma pregunta. A partir de sus respuestas, mediante técnicas estadísticas, se extrapolan los resultados para estimar valores que representen a toda la población.

Este proceso de extrapolación o inferencia estadística es el que permite hacer generalizaciones, comparaciones o correlaciones en el

¹ INEGI, “Estadísticas a propósito del día de la madre (10 de mayo). Datos nacionales”, Comunicado de Prensa núm. 257/23, 8 de mayo de 2023.

análisis de datos. Este es precisamente el alcance de una rama de la estadística, la llamada estadística inferencial; la cual nos permite, a partir de una muestra representativa, hacer estimaciones y predicciones sobre toda una población. Gracias a la estadística inferencial, podemos obtener información valiosa y tomar decisiones informadas sin necesidad de encuestar o medir a cada individuo, lo que sería impráctico o imposible en la mayoría de los casos.

A diferencia de la estadística descriptiva, que se enfoca en describir datos, la inferencial utiliza un proceso que incluye la formulación de hipótesis, verificación de supuestos y selección de pruebas estadísticas. La aplicación de estas pruebas genera resultados probabilísticos como lo son los valores de probabilidad (valor de p o p value) o intervalos de confianza, que reflejan el grado de incertidumbre asociado a las conclusiones obtenidas.

Es por lo anterior que, en el presente capítulo exploraremos la estadística inferencial, comenzando por algunos conceptos necesarios para entender los alcances de esta rama de la estadística. Aprenderemos sobre la teoría de la probabilidad, en la cual se sustenta el principio de inferencia. Posteriormente, conoceremos las pruebas de hipótesis, que suelen encontrarse en dictámenes técnicos o periciales, pues son el principio para formular las preguntas operativas desde el punto de vista estadístico. También conoceremos algunos de los supuestos que se tienen que probar para la elección de las pruebas estadísticas, pues son necesarios para asegurar el resultado que minimice el grado de error y aumente la certidumbre de la prueba. Finalmente, analizaremos las medidas de error estadístico, así como los parámetros de fiabilidad, los cuales son una parte importante para la determinación de la confiabilidad y aplicabilidad de los resultados en un contexto judicial.

A. Conceptos de la probabilidad aplicada

La probabilidad es una forma de medir la posibilidad de que ocurra un evento específico. En términos prácticos, la probabilidad se puede expresar como una fracción, como un decimal entre 0 y 1, o como un porcentaje.² Este tipo de datos solemos encontrarlos en el día a día o en contextos específicos, por ejemplo, como argumentos para la formación de criterios o la toma de decisiones. Por ejemplo, supongamos que se quiere probar el parentesco de dos personas a través de una prueba de ADN que arroja un 99% de coincidencia entre las dos personas. Podemos establecer que el 99% es una coincidencia alta; sin embargo, hay que entender a qué se refiere dicha probabilidad. Cuando hablamos de este nivel de coincidencia en la prueba, nos referimos a que el 99% de los marcadores genéticos analizados entre las dos muestras coinciden, por lo cual no se puede excluir la posibilidad de parentesco entre las dos personas. Sin embargo, es importante señalar que en general, en estadística no se establecen coincidencias del 100%, porque, siempre y cuando exista otro posible resultado, por muy baja que sea la probabilidad, existe una posibilidad de que ocurra. En este caso, dicha posibilidad es que otra persona pueda presentar el mismo grado de coincidencia sin estar realmente emparentada.

Como ya lo esbozamos en el ejemplo anterior, la probabilidad de que un evento ocurra depende de varios factores, uno de ellos es el número de resultados posibles, es decir, el espacio muestral. Este espacio se refiere a todas las posibles combinaciones de resultados de una prueba,

² Mood, Alexander, *Introduction to the theory of statistics*, McGraw-Hill, 1950.

experimento o situación.^{3,4 y 5} Para entender mejor este concepto, pensemos en arrojar una moneda al aire. En esta situación hay dos posibles resultados, "cara" o "cruz", y estas dos opciones constituyen el espacio muestral. Sin embargo, en una prueba de ADN, el espacio muestral es mucho más grande, pues abarca todas las posibles combinaciones genéticas en una población, lo que hace que la probabilidad de coincidencia sea mucho más compleja.

Una vez que definimos el espacio muestral, que incluye todas las combinaciones posibles de resultados, podemos calcular la probabilidad de que ocurra un evento específico. Pero para ello, primero debemos entender qué es un evento. Un evento es un resultado particular dentro del espacio muestral.^{6 y 7} Por ejemplo, en el caso de la moneda, un evento podría ser que salga "cara". La probabilidad de ese evento se calcula dividiendo el número de resultados favorables (que salga cara) entre el total de posibles resultados (cara o cruz). Así, la probabilidad de que salga "cara" es o 50% o 0.5. En una prueba de ADN, el evento sería una coincidencia genética entre dos muestras. El espacio muestral aquí incluye todas las posibles combinaciones genéticas. Si no existiera una relación biológica, la probabilidad de coincidencia sería mucho menor. Así, la probabilidad nos dice cuán probable es que ocurra un evento específico dentro del conjunto total de posibles resultados.

Si bien hay situaciones en las que la probabilidad se puede calcular de manera teórica, pues se conoce el espacio muestral, como es el caso del lanzamiento de una moneda, hay otras situaciones en las

³ Casella, George *et al.*, "Statistical inference", Thomson Learning Inc., 2002.

⁴ Hogg, Robert *et al.*, "Probability and statistical inference", Pearson, 2015.

⁵ Johnson, Richard *et al.*, *Applied multivariate statistical analysis*, Prentice Hall, 2007.

⁶ Mood, Alexander, *op. cit.*, 1950.

⁷ Hogg, Robert *et al.*, *op. cit.*, 2015.

cuales la probabilidad se debe construir a través de la observación de los resultados obtenidos, es decir, a partir de la frecuencia relativa. La frecuencia relativa se refiere al número de veces que ocurre un evento en relación con el número total de observaciones o pruebas.^{8 y 9} La probabilidad obtenida a partir de las frecuencias relativas es empírica, pues se construye a partir de observaciones. Por ejemplo, si en un estudio sobre acceso al agua potable se observa que, de 200 comunidades, 150 tienen acceso limitado al agua, la frecuencia relativa de acceso limitado sería $150/200$, es decir, el 75%. Esto indica que, en el contexto estudiado, el 75% de las comunidades no tiene acceso adecuado al agua potable.

Hasta ahora hemos visto dos maneras clave de construir la probabilidad: a partir del espacio muestral y mediante las frecuencias relativas de observaciones. El espacio muestral nos permite calcular la probabilidad teórica de un evento al identificar todos los resultados posibles, mientras que las frecuencias relativas se basan en la observación de lo que realmente sucede, es decir, cuántas veces ocurre un evento en relación con el total de observaciones. Ambos enfoques nos ayudan a entender la probabilidad de que un evento ocurra en distintos contextos, ya sea a través de teoría o de la observación. Sin embargo, aún queda un concepto más que definirá que nos ayudará a entender cómo se organiza y distribuye esa probabilidad entre los posibles resultados: la distribución de probabilidad.

La distribución de la probabilidad, como su nombre lo indica, se refiere a cómo se asignan probabilidades a los diferentes resultados posibles de un experimento aleatorio. En otras palabras, describe

⁸ Özdemir, Durmus, *op. cit.*, 2016.

⁹ Hogg, Robet *et al.*, *op. cit.*, 2015.

cómo se distribuyen las probabilidades a lo largo del espacio muestral.¹⁰ Por ejemplo, imaginemos que tenemos un dado de 6 caras. La probabilidad de que en una tirada caiga un “1” es la misma que para cualquier otro número: . Ahora bien, si ese dado está modificado de tal forma que favorezca la aparición del número “6”, la distribución de probabilidad cambia, ya que ese número tendría una mayor probabilidad de salir en comparación con los demás. Esto nos muestra que las probabilidades no siempre son iguales para todos los resultados posibles.

Si bien cada situación tiene su propia distribución de probabilidad, existen algunos modelos básicos que se usan como referencia para hacer inferencias. A continuación, se explican algunos de los más utilizados¹¹ (Figura 1):

- *Uniforme*: esta distribución plantea el escenario en el que, sin importar el número de eventos posibles, todos tienen la misma probabilidad. Es decir, la probabilidad se distribuye de manera uniforme. Por ejemplo, la probabilidad de que caiga 1 en un dado es la misma a que caiga 2, 3, 4, 5 o 6 ().
- *Binomial*: esta distribución plantea el número de éxitos en una serie de ensayos con dos posibles resultados, como éxito o fracaso. Por ejemplo, al lanzar una moneda 10 veces, la probabilidad de obtener un cierto número de caras puede modelarse con una distribución binomial. Esta distribución es especialmente útil cuando se trabaja con experimentos repetidos donde cada intento es independiente.

¹⁰ *Id.*

¹¹ Özdemir, Durmus, *op. cit.*, 2016.

- *Normal*: esta distribución plantea el escenario en donde los eventos con mayor probabilidad se encuentran en la parte central de la distribución, mientras que las distribuciones con menos probabilidad se encuentran en los extremos. Esta es una distribución simétrica y suele decirse que tiene forma de campana. Por ejemplo, imaginemos que tenemos una caja de fresas. La mayoría de ellas tendrán un tamaño y peso promedio, pero también encontraremos algunas que son mucho más pequeñas y otras que son mucho más grandes. Aunque estas fresas de tamaños extremos son menos comunes, la mayor parte de las fresas se agrupa alrededor de ese tamaño promedio.
- *Poisson*: esta distribución describe la probabilidad de que un evento ocurra un cierto número de veces en un intervalo continuo de tiempo o espacio. Para que siga esta distribución, se deben cumplir tres condiciones: los eventos en diferentes intervalos son independientes, la probabilidad de un evento en un intervalo corto es proporcional a la longitud de ese intervalo, y la probabilidad de más de un evento en un intervalo corto es prácticamente nula. Un ejemplo sería contar el número de personas que ingresan al metro por minuto. Si sabemos que, en promedio, ingresan 2 personas por minuto, la distribución de *Poisson* nos permite calcular la probabilidad de que, en un minuto determinado, entren exactamente 1, 3, o más personas. Esto es útil porque estamos modelando eventos que ocurren a una tasa baja en intervalos cortos de tiempo, condiciones bajo las cuales la distribución de *Poisson* es más adecuada.

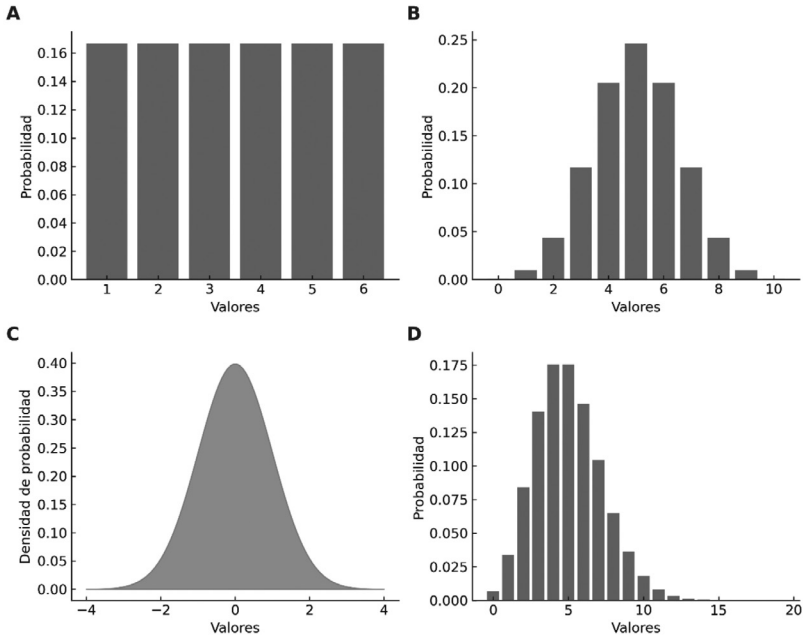


Figura 1: Diferentes tipos de distribuciones de probabilidad. A) La distribución uniforme muestra la probabilidad igualitaria de obtener cualquier resultado al lanzar un dado. B) La distribución binomial refleja la probabilidad de obtener un cierto número de éxitos. C) La distribución normal representa una probabilidad donde los eventos más probables se encuentran en torno a valores centrales. D) La distribución de *Poisson* modela la probabilidad de ocurrencias de eventos en un intervalo fijo con una media determinada.

Finalmente, para acabar de entender los elementos esenciales de la probabilidad, tenemos que revisar una propiedad que, si bien parece ser intuitiva, no debemos pasar por alto: la probabilidad complementaria. Hasta el momento hemos hablado de la probabilidad de que un evento ocurra. Por ejemplo, en el caso del lanzamiento de una moneda, hemos visto que la probabilidad de que salga “cara” es de 0.5 o 50%. Sin embargo, la probabilidad de que no salga “cara”, es decir,

de que salga “cruz”, también es importante y se calcula como el complemento de la primera:

$$1 - 0.5 = 0.5$$

Donde 1 se refiere a la probabilidad total, 0.5 se refiere a la posibilidad de éxito (que caiga cara) y el resultado (0.5 o 50%) se refiere a la probabilidad de fracaso (que no caiga cara). Este concepto de probabilidad complementaria es útil porque nos recuerda que existen dos posibilidades: que el evento ocurra o que no ocurra. La suma de ambas probabilidades siempre debe ser igual a 1.¹² Esta propiedad nos permite calcular una a partir de la otra y entender mejor el contexto total de los resultados posibles.

B. De la probabilidad a la inferencia

A través de los conceptos que hemos estudiado, podemos entender cómo la posibilidad de que ocurra un evento está asociada a una probabilidad. El conocer el valor de la probabilidad de un evento es el primer paso para hacer estimaciones sobre parámetros de la población, generar intervalos que nos indiquen qué tan cerca estamos de la verdad y someter hipótesis a prueba, todo esto a través de la estadística inferencial. En esencia, la inferencia estadística nos ofrece una metodología para tomar decisiones informadas, basadas en la probabilidad.

A continuación, entenderemos el proceso de cómo se construye la inferencia estadística a través de la definición de algunos de sus componentes y propiedades. Para comenzar a hablar de inferencia, tenemos

¹² Hájek, Alan et al., *The Oxford handbook of probability and philosophy*, Oxford University Press, 2016.

que partir del supuesto que conocemos la probabilidad de un evento gracias a las observaciones realizadas en una muestra. Cuando decimos muestra nos referimos a un conjunto de datos que representa a una porción de una población, donde la población comprende a todo el universo de eventos posibles. Es decir, imaginemos que en una comunidad habitan 500 personas y se quiere conocer alguna característica específica de esta población, como el ingreso promedio o el nivel de educación. Una manera de hacerlo sería obtener la respuesta de cada una de las 500 personas, es decir, analizar el total de la población. Este enfoque nos daría un resultado exacto, ya que tendríamos toda la información disponible. Sin embargo, en la práctica, estudiar a la población completa es costoso, consume tiempo y, en muchos casos, no es factible.

Aquí es donde entra en juego la muestra. En lugar de encuestar a las 500 personas, tomamos un grupo representativo, por ejemplo, 50 personas, y a partir de ellas intentamos inferir las características del total de la población. El objetivo es que, con los datos obtenidos de esta muestra, podamos hacer estimaciones cercanas a la realidad del grupo completo. La inferencia estadística se basa en el uso de muestras para hacer estimaciones puntuales o en forma de intervalos de confianza sobre la población, asumiendo siempre un cierto grado de incertidumbre. Un ejemplo de lo anterior son las encuestas y los censos del INEGI, quienes se encargan de hacer estimaciones de la población mexicana a partir de métodos de colecta de muestrales. Por ejemplo, en el caso de la Encuesta Nacional de la Dinámica Demográfica (ENADID) en su edición 2023, el INEGI reportó una muestra de 119,537 viviendas. Con esta muestra colectada realizó los estimados para una población de 129,477,554 de personas.¹³

¹³ INEGI. Encuesta Nacional de la Dinámica Demográfica (ENADID) 2022. Disponible en: «<https://www.inegi.org.mx/programas/enadid/2023/>».

I. Estimaciones puntuales

Las estimaciones puntuales son herramientas que, a partir del cálculo de un valor único o puntual llamado estimador, buscan aproximar los parámetros desconocidos de una variable para una población (como la media o la proporción).

Existe una gran variedad de estimadores puntuales, los cuales pueden ser simples de calcular (como la media o promedio que ya vimos en el capítulo anterior) o basarse en métodos más complejos (como el de máxima verosimilitud). Sin embargo, el grado de complejidad no necesariamente indica un mejor estimador, ya que su utilidad dependerá del tipo de análisis y del parámetro que se desee estimar.

La relevancia de este concepto radica en cómo suelen presentarse en la literatura, pues muchas veces se utilizan como una representación compacta de los datos de una población. Sin embargo, debemos cuestionarnos: ¿Qué criterios determinan si realmente son una buena aproximación? Para responder a esta pregunta, es fundamental comprender dos propiedades clave de los estimadores: la consistencia y la eficiencia.^{14 y 15}

La consistencia de un estimador se refiere a la capacidad que tiene de acercarse al “valor verdadero” de un parámetro conforme se aumenta el tamaño de la muestra.¹⁶ Imaginemos que estamos tratando de estimar el salario mensual promedio en una comunidad de 500 personas. Al tomar una muestra inicial de 10 personas, obtenemos una estimación de que el salario promedio es de \$6,000. Si luego ampliamos la

¹⁴ Hogg, Robert *et al.*, *op. cit.*, 2015.

¹⁵ Wasserman, Larry, *All of statistics: A concise course in statistics inference*, Springer, 2004.

¹⁶ *Id.*

muestra a 50 personas y recalculamos la estimación, encontramos que el salario promedio ahora es de \$5,500. Finalmente, al aumentar la muestra a 200 personas, obtenemos una estimación aún más precisa de \$5,200.

Si el verdadero salario promedio en la comunidad es de \$5,000, este estimador es consistente, ya que a medida que aumentamos el tamaño de la muestra, las estimaciones se van acercando al valor verdadero de la población. A mayor tamaño de muestra, la estimación mejora y se reduce la incertidumbre.

Otra forma de evaluar a un estimador puntual es a través de su eficiencia. La eficiencia se refiere a la precisión del estimador respecto al parámetro que se quiere conocer. Un estimador es más eficiente si, al ser sometido a diferentes muestras, presenta menos dispersión en sus estimaciones (por ejemplo, en términos de varianza).

Es decir, si calculamos el estimador a partir de varias muestras diferentes de la misma población y las estimaciones muestran poca variabilidad entre sí, decimos que el estimador es eficiente. Cuanto menor sea la dispersión de las estimaciones entre las muestras, más eficiente es el estimador, ya que sus resultados son más consistentes y cercanos al verdadero valor del parámetro poblacional.

Por lo tanto, al comparar la eficiencia de dos estimadores, el que presente la menor varianza o dispersión en las estimaciones será considerado más preciso y, en consecuencia, más eficiente.

II. Intervalos de confianza

Otra alternativa para estimar un valor en una población es a través de intervalos. A diferencia del estimador puntual, que proporciona un

único valor como aproximación del parámetro, los intervalos buscan incluir el “valor real” del parámetro dentro de un rango determinado. Esta manera de expresar estimaciones puede encontrarse en la literatura expresando el valor de un estimador puntual seguido de un signo “ \pm ” y una cantidad que indicará la distancia de los límites del intervalo (500 ± 5); o como un intervalo de dos números que indican el límite inferior y el superior (de 495 a 505).

Para hablar de intervalos de confianza, es importante entender que estos se construyen con el objetivo de que el verdadero valor del parámetro poblacional esté contenido dentro de sus límites con una cierta probabilidad, conocida como el nivel de confianza. Este nivel de confianza se establece a través de un coeficiente de confianza, que es un porcentaje definido por el usuario.^{17 y 18} Por ejemplo, es común encontrar en la literatura intervalos con un nivel de confianza del 95%. Este porcentaje indica que, si se repitiera el proceso de muestreo muchas veces, en el 95% de los casos, el intervalo incluiría el verdadero valor del parámetro.

El nivel de confianza afecta la amplitud del intervalo: a mayor nivel de confianza, mayor será el intervalo, ya que se requiere más espacio para garantizar que el parámetro esté dentro del rango. Aunque se busca tener un alto nivel de confianza, también hay un equilibrio, ya que niveles demasiado altos generan intervalos más amplios, lo que puede ser menos útil en la práctica.

Es por lo anterior que, al encontrarnos con un intervalo de confianza, debemos preguntarnos siempre cuál es el coeficiente de confianza

¹⁷ Casella, George *et al.*, *Statistical inference*, Thomson Learning Inc., 2002.

¹⁸ Mood, Alexander, *Introduction to the theory of statistics*, McGraw-Hill, 1950.

con el que se está construyendo, ya que este porcentaje influye en la certeza que tenemos de que el verdadero valor del parámetro esté dentro del intervalo. Un coeficiente de confianza más alto (como 95% o 99%) nos da mayor seguridad, pero también dará como resultado un intervalo más amplio. Por el contrario, un coeficiente más bajo generará un intervalo más estrecho, pero con mayor riesgo de que el valor real del parámetro esté fuera de dicho intervalo. Por lo tanto, es necesario entender cuál es el nivel de confianza utilizado para poder interpretar correctamente las cifras reportadas.

Esto puede representarse gráficamente mediante una distribución normal, donde el intervalo de confianza se calcula a partir de la media y la desviación estándar (Figura 2). Es importante señalar que hay métodos estadísticos para el cálculo de los intervalos de confianza para distribuciones que no son normales, los cuales son igualmente fiables; sin embargo, no profundizaremos en el cálculo de estos.¹⁹

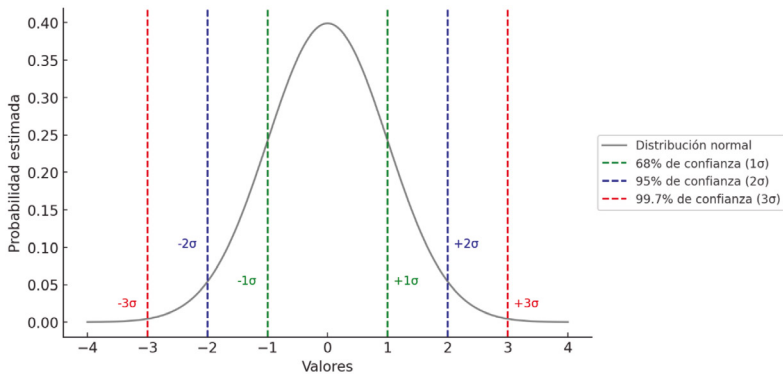


Figura 2. Distribución normal con intervalos de confianza del 68%, 95% y 99.7%. Las líneas discontinuas, verdes, azules y rojas indican las posiciones correspondientes a $\pm 1\sigma$,

¹⁹ Hogg, Robet *et al.*, *op. cit.*, 2015.

$\pm 2\sigma$ y $\pm 3\sigma$, respectivamente. Estas líneas marcan los límites de los intervalos de confianza para cada desviación estándar, mostrando la proporción de valores dentro de cada rango alrededor de la media.

III. Pruebas de hipótesis

Hasta ahora hemos visto cómo la probabilidad nos permite inferir parámetros de una población, ya sea mediante estimaciones puntuales o intervalos de confianza. Sin embargo, en muchas ocasiones necesitamos responder preguntas específicas sobre diferencias entre grupos o relaciones entre variables. Para ello, la estadística utiliza el planteamiento y contraste de hipótesis.

Imaginemos que queremos saber si el gasto mensual en vivienda de una población A es diferente al de una población B. Tomamos una muestra de cada población y calculamos sus promedios: \$3,600 para A y \$3,200 para B. Aunque podría parecer que A gasta más, esta diferencia de \$400 puede no ser suficiente para concluirlo de manera definitiva. Factores como la dispersión de los datos o un nivel de confianza bajo pueden afectar nuestras conclusiones, y es posible que los valores reales de las dos poblaciones sean más similares de lo que parece.

Aquí es donde las pruebas de hipótesis nos permiten determinar si la diferencia observada es estadísticamente significativa o simplemente producto del azar. En estadística, una hipótesis es una afirmación acerca de un parámetro de una población, por ejemplo: en promedio, la población A gasta más al mes por su vivienda que la población B. Las pruebas de hipótesis buscan decidir si la hipótesis planteada es cierta o no. Así tenemos que:

- *Hipótesis nula*: También denominada H_0 , plantea la igualdad entre las dos variables o grupos a comparar. “La población

A gasta lo mismo mensualmente en vivienda que la población B”

- *Hipótesis alternativa*: También denominada H_a , plantea, como su nombre lo indica, la alternativa de la hipótesis nula, es decir, en general plantea la existencia de diferencias estadísticamente significativas entre las variables y los grupos. “El gasto mensual en vivienda de la población A es diferente al de la población B”.

Hay que resaltar que la hipótesis nula y la hipótesis alternativa son complementarias. Tras hacer las pruebas estadísticas necesarias, el resultado nos permitirá decidir si se puede rechazar la hipótesis nula o, en caso contrario, no se puede rechazar. Al ser complementarias, de rechazar la hipótesis nula, se estaría asumiendo que no se rechaza la hipótesis alternativa. A este proceso de contraste y toma de decisión se le denomina prueba de hipótesis.

Una prueba de hipótesis inicia con el planteamiento de la premisa para la hipótesis, posteriormente se tiene que elegir la prueba estadística adecuada dependiendo al tipo de datos, el diseño experimental planteado, así como el número de grupos a comparar. Una vez teniendo en claro las hipótesis, así como la prueba, hay que establecer el grado de significancia, es decir, establecer el grado de error aceptable (generalmente se suele utilizar entre el 1% y el 5%). Así, teniendo en cuenta esto, se puede realizar la prueba estadística y, dependiendo el resultado (presentado en valores de probabilidad o valores de p) y el nivel de significancia, se puede concluir respecto a las hipótesis.²⁰

²⁰ Dagnino, Jorge, “Inferencia estadística: pruebas de hipótesis”, *Rev. Chil. Anest.*, 2014, vol. 43, pp. 125-128.

IV. Pruebas estadísticas y sus supuestos

Las pruebas de hipótesis, si bien responden al planteamiento de una aseveración, con la cual queremos responder a una pregunta acerca de cómo los datos podrían inferir propiedades de una población, requieren de pruebas que puedan responder a dichos planteamientos. Es a través de las pruebas estadísticas que se puede llegar a un veredicto sobre las hipótesis planteadas.

Las pruebas estadísticas tienen como objetivo asociar una probabilidad a un evento observado o estimado en una muestra y extrapolarlo a toda la población, o bien, comparar dos o más muestras entre sí. Existen diversas pruebas que, según las necesidades del estudio, deben ser aplicadas. Para los fines de esta publicación, no profundizaremos en cada una de ellas, pero estudiaremos algunas generalidades que nos ayudarán a comprender su uso e interpretación. Lo primero que debemos observar para la elección de la prueba estadística es el objetivo del estudio (comparar grupos o correlacionar variables), así como el tipo de variables involucradas (cualitativas, cuantitativas, continuas, discretas, etc.) y el tipo de muestra (independientes o dependientes). Una vez definidos estos parámetros, se reducen las opciones de pruebas a considerar.^{21 y 22} En ese punto, solo queda verificar que se cumplan los supuestos de cada prueba para proceder a su aplicación.

Las pruebas estadísticas se dividen en dos grandes categorías: paramétricas y no paramétricas. Las pruebas paramétricas son más poderosas

²¹ Flores-Ruíz, Eric *et al.*, “El protocolo de investigación VI: cómo elegir la prueba estadística adecuada. Estadística inferencial”, *Revista Alergia México*, 2017, vol. 64, núm. 3, pp. 364-370.

²² Bautista-Díaz, Leticia *et al.*, “Pruebas estadísticas paramétricas y no paramétricas su clasificación, objetivos y características”, *Educación y salud boletín científico Instituto de Ciencias de la Salud Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo*, 2020, vol. 9, núm. 17, pp. 78-81.

y requieren que se cumplan ciertos supuestos, como la normalidad de los datos (los valores deben distribuirse de manera aproximadamente normal) y la homogeneidad de varianzas entre los grupos. Estas pruebas son ideales cuando los datos cumplen con estos supuestos.²³ Existen pruebas específicas para probar cada uno de los supuestos.

Por otro lado, las pruebas no paramétricas son más flexibles, ya que no requieren que los datos sigan una distribución específica. Se utilizan cuando los supuestos de las pruebas paramétricas no se cumplen, o cuando las variables son ordinales o categóricas. Aunque son menos poderosas, son igualmente útiles para datos que no se ajustan a las condiciones estrictas de las pruebas paramétricas.

Es importante tener en cuenta que, sin importar el tipo de prueba que se elija, el resultado final incluirá un valor específico para cada prueba estadística, acompañada de una probabilidad asociada al resultado, conocida como valor de probabilidad (valor de p o p value). Este valor será fundamental para interpretar los resultados de la prueba y determinar si existe evidencia suficiente para rechazar o no la hipótesis que se está evaluando.

V. Valor de probabilidad

También conocido como significancia o valor de p (p value en inglés), este es quizá el valor más reportado en pruebas de hipótesis, ya que ofrece una cifra que puede interpretarse de manera consistente, independientemente de la prueba estadística utilizada. Para interpretar un “valor de p ”, es fundamental entender su significado. En general,

²³ Nimon, Kim, “Statistical assumptions of substantive analyses across the general linear model: a mini-review”, *Frontiers in Psychology*, 2012, vol. 3, p. 322.

este valor refleja la compatibilidad de los datos observados con la hipótesis nula, es decir, es a través de este dato que muchas veces se hace el contraste de las hipótesis y se decide si se rechaza o no lo que plantea la hipótesis nula.²⁴ Sin embargo, para una adecuada interpretación del valor de significancia, hay que asegurarse de que la prueba seleccionada sea adecuada para nuestros datos y que se cumplan los supuestos de la prueba.

Un componente importante para interpretar la significancia de una prueba es conocer el nivel de significancia establecido. Este nivel se refiere al umbral bajo el cual se realizará la interpretación del valor de p , está asociado al porcentaje de error que aceptamos al realizar la prueba. Comúnmente, se utiliza un nivel de significancia de 0.05, lo que implica aceptar hasta un 5% de error. Sin embargo, es importante señalar que este valor no es inamovible y puede ajustarse a niveles más rigurosos (1%) o más flexibles (10%), siempre definiéndose antes de realizar la prueba, ya que influirá en la interpretación de los resultados.²⁵

Ahora bien, el valor de significancia actúa como una regla de decisión. Si el valor de p obtenido es menor que el nivel de significancia, se considera que se puede rechazar la hipótesis nula, aceptando así evidencia a favor de la hipótesis alternativa. Por el contrario, si el valor de p es mayor que el nivel de significancia, no hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula.²⁶

²⁴ Wasserstein, Ronald *et al.*, “ASA statement on statistical significance and P-values”, *The theory of statistics in psychology*, 2020, pp. 1-10.

²⁵ Sander, Greenland *et al.*, “Statistical tests, P values, confidence intervals, and power: a guide to misinterpretations”, *European Journal of Epidemiology*, 2016, vol. 21, núm. 31, pp. 337-350.

²⁶ Molina, Manuel, “¿Qué significa realmente el valor de p ?”, *Pediatría Atención Primaria*, 2017, vol. 19, núm. 76, pp. 377-381.

Ejemplificando lo anterior, asumamos que tenemos un nivel de significancia de 0.05 y queremos saber si hay una diferencia significativa en la satisfacción de los beneficiarios de dos programas de apoyo comunitario, Programa A y Programa B.

Si comparamos la satisfacción promedio del Programa A, que es del 85%, con la del Programa B, que es del 78%, y obtenemos un valor de p de 0.04, podemos concluir que existe una diferencia estadísticamente significativa en la satisfacción de los beneficiarios entre ambos programas. Esto sugiere que el Programa A es mejor valorado por los participantes.

Por otra parte, si el valor de p es 0.09, que es mayor que el nivel de significancia de 0.05 establecido, entonces no podemos concluir que haya una diferencia significativa en la satisfacción entre los programas. Esto indica que no hay evidencia suficiente para concluir que uno de los programas sea preferido sobre el otro.

Es importante señalar que el valor de significancia estará estrechamente relacionado con el grado de error en las pruebas estadísticas. Al diseñar un estudio más riguroso, es posible reducir el error de tipo I, pero esto puede conllevar un aumento en el error de tipo II. Es por lo anterior que es necesario entender el concepto de error, que es inherente a las pruebas estadísticas.²⁷

Esto no significa que el uso de la estadística no sea fiable o útil; por el contrario, reconocer la posibilidad de un margen de error permite tomar decisiones más robustas e informadas.

²⁷ Díaz, Pértegas *et al.*, “Cálculo del poder estadístico de un estudio”, *Cad. Atención Primaria*, 2003, vol. 10, pp. 59-63.

Hay que tener en cuenta que el valor de p tiene limitaciones. Por ejemplo, su interpretación puede verse afectada por el tamaño de la muestra; un valor de p bajo puede ser más fácil de obtener con muestras grandes, lo que puede llevar a conclusiones engañosas. Además, el valor de p no proporciona información sobre la magnitud o relevancia de los efectos o diferencias observadas, por lo que siempre debe interpretarse en el contexto de otros datos y consideraciones.²⁸

VI. Tipos de error

En estadística, la existencia del error es inevitable. Sin embargo, reconocer este error puede, de hecho, aumentar nuestra confianza en un estudio o cifra obtenida. El reconocimiento del error refleja un grado de incertidumbre, ya que ninguna medición es perfecta, pues es imposible considerar todas las variables de un fenómeno y aún más complicado excluir aquellas excepciones con una probabilidad asociada que, aunque pueda ser mínima, siempre será posible.

Al reconocer la existencia del margen de error, es posible identificar áreas de oportunidad y entender la heterogeneidad de las poblaciones. Esto permite plantear soluciones que consideren los factores que pueden influir en el grado de error. Además, incluir el grado de error contribuye a la transparencia de los datos, proporcionando claridad y facilitando la comparación con otros estudios, lo cual es clave para la reproducibilidad.

Si bien la significancia se refiere al grado de error que estamos dispuestos a aceptar en el contexto de las pruebas de hipótesis, es fundamental

²⁸ Greenland, Sander *et al.*, “Statistical tests, P values, confidence intervals, and power: a guide to misinterpretations”, *European journal of epidemiology*, 2016, vol. 31, núm. 4, pp. 337-350.

entender a qué se refiere dicho error. En general, se pueden identificar dos tipos de error que se pueden presentar: el error tipo I y el error tipo II.^{29 y 30}

- Error tipo I (alfa): representa un falso positivo. Esto ocurre cuando rechazamos la hipótesis nula cuando en realidad es cierta. Por ejemplo, esto significa que concluimos que hay un efecto o diferencia cuando, de hecho, no lo hay.
- Error tipo II (beta): se refiere a un falso negativo. Esto sucede cuando aceptamos la hipótesis nula cuando en realidad es falsa. En este caso, no detectamos un efecto o diferencia que realmente existe.

Entender el error en las pruebas de hipótesis es fundamental para interpretar correctamente los resultados. El reconocimiento de que siempre existe un grado de incertidumbre permite evaluar la fiabilidad de las conclusiones presentadas. Al familiarizarse con los errores tipo I y II, se puede comprender mejor el contexto de los hallazgos. Por ejemplo, un error tipo I podría llevar a aceptar resultados que sugieren la implementación de cambios cuando, en realidad, no son significativos. Por otro lado, un error tipo II podría hacer que se pase por alto una oportunidad valiosa para realizar mejoras.

Interpretar adecuadamente el error implica también considerar el nivel de significancia utilizado en los análisis y cómo este afecta las decisiones basadas en los resultados. Al entender el margen de error

²⁹ Dagnino, Jorge, *op. cit.*, 2014.

³⁰ Molina, Manuel, *op. cit.*, 2017.

y la posibilidad de cometer errores en las conclusiones, se pueden tomar decisiones más informadas y fundamentadas. Esto no solo aumenta la confianza en las acciones que se tomen, sino que también fomenta una discusión más crítica e informada sobre los datos y su impacto frente a la sociedad.

1. Error estándar

Si bien hay diferentes maneras en las que se puede expresar el “error” como un parámetro de la fiabilidad de un estadístico, existe una métrica específica que suele encontrarse reportada en informes y literatura: el error estándar. Esta métrica es común en muchos análisis y permite entender cómo se evalúa la precisión en la estimación de ciertos valores.

El error estándar representa la posible diferencia entre la media estimada de una muestra y la media poblacional, mientras que la desviación estándar mide la desviación promedio de los datos respecto a la media dentro de una muestra.³¹ La fórmula para el error estándar es:

$$\text{Error estándar} = \frac{\sigma \text{ (desviación estándar)}}{\sqrt{n \text{ (tamaño muestral)}}$$

Si bien la estimación del error se basa en el uso de la desviación estándar, es importante no confundir estos términos y procurar siempre ubicar qué es lo que se está reportando, pues su interpretación será diferente. Mientras que la desviación estándar puede utilizarse como una medida de dispersión de los datos de una

³¹ Lee, Dong Kyu *et al.*, “Standard deviation and standard error of the mean”, *Korean journal of anesthesiology*, 2015, vol. 68, núm. 3, pp. 220-223.

muestra, el error estándar se utiliza como un estimado de la certidumbre de una media muestral respecto a la media poblacional.³² Por ejemplo, la desviación estándar ayuda a entender la variabilidad dentro de una muestra, mientras que el error estándar permite evaluar qué tan confiable es esa muestra para hacer inferencias sobre la población.

A diferencia de la desviación estándar, no existe una métrica única para el error estándar, ya que su magnitud depende tanto del tamaño de la muestra como de la variabilidad de los datos. El error estándar es relativo al contexto de los datos con los que se esté trabajando.

Por ejemplo, en una población pequeña, supongamos un grupo de 50 personas donde se mide la cantidad de horas de sueño. Un error estándar grande en este caso podría representar unas pocas decenas de minutos, lo que significaría una diferencia significativa en la media estimada respecto a la población. En este contexto, un error estándar de esa magnitud puede implicar una notable falta de precisión en la estimación.

En cambio, para una población mucho más grande, como la cantidad de habitantes de una gran ciudad, un error estándar pequeño podría estar en el orden de varios miles. Supongamos que estamos estimando el ingreso promedio de los habitantes de una ciudad de varios millones de personas. Aunque el error estándar esté en la magnitud de los miles, este podría considerarse pequeño en relación con el tamaño total de la población y la variabilidad en los ingresos.

³² Altman, Douglas *et al.*, "Standard deviations and standard errors", *Bmj*, 2005, vol. 331, núm. 7521, p. 903.

VII. Visualización de la incertidumbre

Hasta ahora hemos visto que con herramientas de estadística inferencial es posible obtener los valores de la probabilidad asociada a una hipótesis planteada, además, que el error en la estadística siempre debe ser un parámetro por analizar, pues el entendimiento de este nos ayudará a utilizarlo como un parámetro de los alcances de la inferencia que se está realizando. Ahora bien, debemos de saber que el error o la incertidumbre también puede representarse de manera gráfica.

Es común encontrar en gráficos como los de barras o líneas, indicadores que están asociados a cada uno de los valores, categorías o variables, representados en general en forma de líneas o barras. Estas barras suelen ser un estimador del error o de la dispersión de los datos, y pueden utilizarse como un parámetro visual de la incertidumbre asociada a los resultados.

Es importante señalar que las barras de error pueden construirse utilizando la desviación estándar, el intervalo de confianza o el error estándar. Por ello, es importante saber qué tipo de medida se está representando, ya que esto influye en la interpretación correcta del gráfico. Por ejemplo, el error estándar y los intervalos de confianza describen la dispersión de una muestra, mientras que la desviación estándar puede aplicarse tanto a la muestra como a la población, dependiendo del contexto.³³ Esto se observa de manera gráfica (Figura 3), donde las desviaciones estándar se asemejan a los intervalos de

³³ Rivas-Ruiz, Rodolfo *et al.*, "Pertinencia e impertinencia de los gráficos en la investigación clínica", *Revista alergia México*, 2021, vol. 67, núm. 4.

confianza. En general, las barras de error estándar tienden a ser más pequeñas debido a la precisión en la estimación de la media.

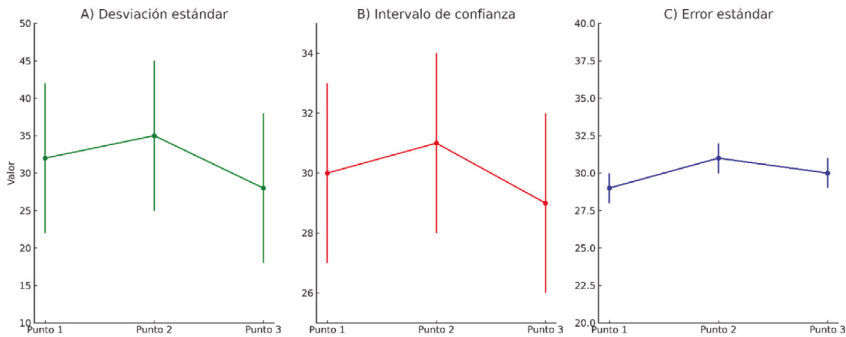


Figura 3. La figura muestra tres gráficos donde se representan diferentes tipos de barras de error. A) Muestra las barras correspondientes desviaciones estándar. B) Muestra las barras con un intervalo de confianza del 95%. C) Muestra las barras de error estándar.

En la imagen anterior podemos observar que a dos desviaciones estándar (que implican aproximadamente el 95.4% de los datos), las barras se parecen mucho al intervalo de confianza que está al 95%. Esto se debe a que ambos nos hablan de la distribución esperada de los datos dentro de un rango de variabilidad similar. En el caso del error estándar, las barras son más pequeñas, ya que esta medida se utiliza para representar la precisión con la que se estima la media de los datos en una muestra, no la dispersión total de los mismos.

Sin embargo, es importante no solo prestar atención al tipo de barra de error utilizada, sino también a la dimensión que representan estas barras. Mientras que podemos apreciar las diferencias entre la desviación estándar, el intervalo de confianza y el error estándar. Ahora debemos ser capaces de distinguir entre, por ejemplo, un intervalo

de confianza del 90% y uno del 80%, ya que esto puede indicar el nivel de incertidumbre asociado con los datos.

Como vimos en el capítulo 2, al hablar de una desviación estándar, nos referimos al intervalo donde, bajo una distribución normal, se encuentra aproximadamente el 68% de los datos. Este intervalo ofrece una visión inicial de la dispersión, pero dado que no cubre la mayoría de los datos, la fiabilidad o confianza en las inferencias basadas en este rango es relativamente menor en comparación con intervalos más amplios. En cambio, al hablar de dos desviaciones estándar, estamos refiriéndonos a un intervalo que abarca aproximadamente el 95.4% de los datos. Algo similar ocurre con los intervalos de confianza: un intervalo con un nivel de confianza mayor (90%) tendrá un rango más amplio con la finalidad de ofrecer una mayor confianza en el resultado, mientras que un intervalo con un nivel de confianza menor (80%) abarcará un rango más estrecho, sin embargo, el nivel de fiabilidad será menor (Figura 4).

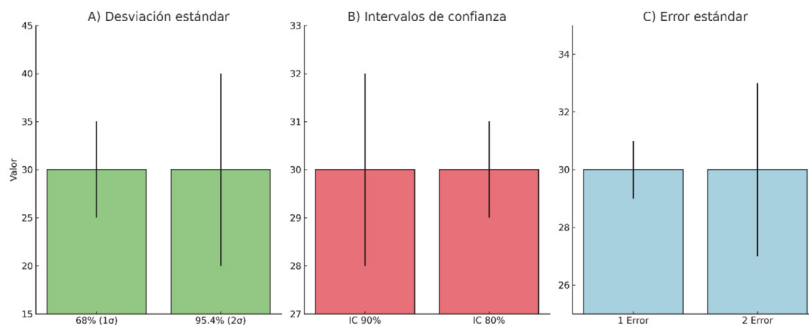


Figura 4. La figura muestra tres gráficos donde se representan diferentes tipos de barras de error con distintas magnitudes. A) Muestra las barras correspondientes al 68% de los datos (1 desviación estándar) y al 95.4% de los datos (2 desviaciones estándar). B) Muestra las barras con intervalos de confianza del 90% y 80%. C) Muestra las barras de error estándar representadas con 1 y 2 errores estándar.

Con la imagen anterior podemos apreciar las diferencias entre representar barras de error que correspondan a una desviación estándar y aquellas que representen dos desviaciones estándar.

C. El uso de la estadística inferencial en el ámbito jurisdiccional

I. Los intervalos de confianza en un contexto pericial

En la controversia constitucional 53/2011, el Municipio de Guadalupe, Nuevo León, impugnó los resultados del Censo de Población y Vivienda 2010, argumentando que el número de habitantes reportado era menor al real, lo cual afectaría la distribución de fondos federales. La Suprema Corte de Justicia de la Nación resolvió que el INEGI había seguido los procedimientos establecidos correctamente y que el municipio no presentó pruebas suficientes para demostrar errores en el censo. En consecuencia, la Corte desestimó la demanda y ratificó la validez de los resultados del censo.³⁴

Como parte de la sentencia, se incluyen extractos sobre las periciales que formaron parte del proceso, en específico mencionan que para la pregunta: “¿Considera el perito que los resultados contenidos en el Documento de INEGI ‘Principales Resultados por Localidad del Censo de Población y Vivienda’ que existen inconsistencias que ponen en duda la veracidad y objetividad de los datos referentes a las localidades del Municipio de Guadalupe? ¿Cuáles son éstas?”, la perita, tercero en discordia, respondió:

³⁴ Controversia constitucional 53/2011. Ministro Ponente Luis María Aguilar Morales, 3 de julio de 2013.

Yo no encuentro inconsistencias en el número de localidades y en los datos referentes a las localidades del Municipio de Guadalupe, Nuevo León.³⁵

A lo cual, la sentencia continúa mencionando que:

Por su parte, el perito propuesto por el instituto demandado, al responder la misma cuestión, manifestó que no encontró inconsistencias que pongan en duda la veracidad y objetividad de los resultados por localidad del censo de que se trata. Finalmente, el perito propuesto por el municipio actor expresó que sí existían algunas discrepancias, pero éstas se encontraban **‘dentro del intervalo de confianza de la muestra del Censo’**.

Si bien la respuesta del perito tercero en discordia y el propuesto por el instituto demandado señalan que no hubo inconsistencias, el perito del municipio demandante mencionó que sí las había. Sin embargo, hizo una acotación importante al señalar que estas se encontraban “dentro del intervalo de confianza”.

Como hemos visto en el presente capítulo, los intervalos de confianza son una medida de estimación de la probabilidad, que hablan de la variación dentro de la cual se puede esperar que caiga el verdadero valor de la población a partir de la muestra analizada. En este caso, el perito del municipio demandante sugiere que, aunque se detectaron algunas discrepancias, estas son suficientemente pequeñas como para no comprometer la validez de los resultados. Esto implica que las diferencias observadas son aceptables dentro del contexto estadístico y no indican un error significativo.

³⁵ *Ibid.*, pp. 87-88.

El caso anterior es un ejemplo de la importancia de conocer términos estadísticos, pues estos pueden influenciar la interpretación de resultados de estudios que pueden ser incluidos como parte del proceso judicial, por ejemplo, en forma de pruebas periciales.

II. El uso de la estadística inferencial en un caso de acceso a la salud

En el amparo en revisión 265/2021, la Primera Sala de la Suprema Corte de Justicia de la Nación revisó un recurso interpuesto por la madre de un menor, quien solicitaba el suministro de un medicamento esencial para el tratamiento de su hijo. La Corte examinó la negativa del Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS) a otorgar dicho tratamiento, y confirmó que el IMSS estaba imposibilitado para proporcionarlo, tanto por razones jurídicas, al no estar incluido en el cuadro básico de medicamentos, como por motivos médicos, debido a la falta de prescripción y los riesgos potenciales para la salud del menor. En su fallo, la SCJN concluyó que el IMSS actuó dentro de sus facultades al negar el medicamento con base en razones fundamentadas, sin vulnerar el derecho del menor a la salud.³⁶

Lo anterior después que la Primera Sala, tras analizar el proceso que llevó a cabo la decisión por parte del Juez de Distrito. Como parte de este proceso se incluyó una “minuta de la reunión del Grupo de Trabajo para la Evaluación de Inclusión de Insumos en el Cuadro Básico Institucional de Medicamentos, del Instituto Mexicano del Seguro Social”, en la cual se menciona en los comentarios de área financiera que:

³⁶ Amparo en revisión 265/2021. Ministro Ponente Jorge Mario Pardo Rebolledo, 23 de febrero de 2022.

Los criterios de inclusión consideraron sólo pacientes que podían caminar más de 30 metros (m) pero menos de 325 m en una prueba de caminata de 6 minutos. El efecto del tratamiento modelado en la distancia caminada en 6 minutos, en comparación con placebo, fue que los pacientes lograron caminar 22,5 m adicionales (IC95, 4,0, 40,9; $p = 0,0174$) con una dosis de 2 mg/kg por semana, siendo estadísticamente significativo. Sin embargo, no existe evidencia de la eficacia del medicamento en pacientes que no cumplieron con los criterios de inclusión.³⁷

En el párrafo anterior se menciona que sí hay diferencia significativa entre los efectos del medicamento en cuestión sobre la condición a tratar; sin embargo, indican que no se cumplieron los criterios de inclusión requeridos. Es importante señalar que en este párrafo nos encontramos con dos cuestiones estadísticas por contrastar.

Por un lado, primero reconocemos que se hizo una prueba de hipótesis. En esta se tuvieron que establecer dos hipótesis, las cuales, parecen ser:

- *Hipótesis nula*: No hay efecto del medicamento sobre los pacientes con la condición.
- *Hipótesis alternativa*: Sí hay un efecto del medicamento sobre los pacientes con la condición.

La aseveración señala que, no solo hay un efecto, sino que este es significativo, por lo cual se rechazó la hipótesis nula, es decir, el medicamento sí está teniendo efectos sobre las personas que lo consumen. Ahora bien, podremos analizar el segundo tema que aborda este párrafo, que es el incumplimiento de criterios de inclusión.

³⁷ *Ibid.*, p. 36.

Como hemos visto, las pruebas de estadística inferencial basan sus decisiones en pruebas, las cuales son elegidas después de una minuciosa selección de criterios, tanto de la muestra y el tipo de datos, como de los supuestos de las pruebas. Es por lo anterior que, al decir que no se cumplieron los criterios, se están poniendo en duda la validez de los resultados obtenidos, por lo cual sería importante cuestionar el alcance de los resultados que ofrece el Grupo de Trabajo.

El anterior es un ejemplo de cómo un dato estadístico aislado por sí solo puede no reflejar la realidad. Es importante, además, que en el caso de la estadística inferencial no solo es importante considerar el resultado, sino la correcta elección de las pruebas, el adecuado planteamiento de la hipótesis y el entendimiento del alcance de la prueba.

III. Error estadístico asociado en pruebas de dopaje

En el amparo directo en revisión 5672/2021, la Comisión Nacional de Cultura Física y Deporte (CONADE) promovió juicio de amparo en contra de la sentencia que condenó a esta institución al pago de una indemnización a una deportista mexicana.³⁸ La Primera Sala de la Suprema Corte decidió revocar la sentencia recurrida, lo anterior, entre otras cosas, debido a que consideró infundado revertir la carga de la prueba. Es aquí donde podemos encontrar un concepto de estadística que analizar, pues a lo largo de la sentencia se menciona que:

No es óbice a lo manifestado el que el Tribunal Colegiado haya referido que la inversión de la carga de la prueba constituye una excepción

³⁸ Amparo directo en revisión 5672/2021. Ministra Ponente Ana Margarita Ríos Farjat, 29 de marzo de 2023.

respecto de la cual no se ha analizado expresamente el punto litigioso materia del procedimiento de origen (la emisión de un falso positivo en una prueba de dopaje), ya que no resulta exigible para los efectos de la seguridad jurídica que existan normas o precedentes que interpreten absolutamente todos los escenarios que puedan presentarse, sino que basta la existencia de los que otorguen elementos mínimos para que las partes puedan desplegar una defensa adecuada.³⁹

El extracto anterior refiere que la emisión de un falso positivo es el detonante del juicio en cuestión. Cabe señalar que este falso positivo indica que una prueba de dopaje dio un resultado positivo cuando el verdadero resultado era negativo. Es importante reflexionar que, como se mencionó, en las pruebas inferenciales no solo hay que observar el resultado (porcentaje), sino también considerar los parámetros involucrados. Esto significa que, aunque las pruebas de antidopaje son útiles, para su aplicación en un contexto jurídico es necesario evaluar el porcentaje de acierto, el margen de error, así como el método utilizado en la recolección y análisis de las muestras. Estos factores son de gran importancia para garantizar la fiabilidad de las pruebas y asegurar que las decisiones basadas en estos resultados sean justas y fundamentadas, protegiendo así los derechos de todas las partes involucradas, fortaleciendo así la integridad del sistema judicial.

D. Consideraciones finales

Como hemos visto hasta ahora, la estadística inferencial cuenta con una amplia gama de herramientas que nos permite pasar de la visualización o descripción de los datos a la extrapolación de los datos de una muestra a una población. Además, a través de algunas herramientas

³⁹ *Ibid.*, pp. 37-38.

como las pruebas de hipótesis y estadísticas nos permite contrastar afirmaciones acerca de los datos, esto a través del planteamiento de hipótesis que pueden ser puestas a prueba en métodos estadísticos que, si bien pueden ser complejos de calcular, nos arrojan un valor de probabilidad asociada, con el cual podemos llegar a conclusiones y saber, por ejemplo, si dos grupos de datos son iguales o diferentes, el intervalo en el cual se espera encontrar un estimador puntual para un parámetro en una población, o incluso conocer si dos o más variables presentan algún tipo de correlación.

Sin embargo, hay que mencionar que el alcance de la estadística inferencial está limitado por una gran cantidad de factores, desde el tipo de datos que tengamos, el tipo de distribución de los datos, así como el planteamiento mismo de las pruebas. Es por lo anterior que, para una adecuada interpretación de los datos, es importante conocer cómo se construyen estas pruebas, cómo se pueden evaluar y cómo es que se deben de contrastar dependiendo de la naturaleza y calidad del estudio.

Con los ejemplos que analizamos, nos pudimos percatar el cómo se pueden utilizar herramientas de estadística inferencial en procesos jurídicos para fortalecer argumentos, tomar decisiones, contrastar cifras e incluso, poder dar indicios y magnificar las cifras obtenidas de estudios. Además de lo anterior, exploramos algunas medidas de error, el cual estará asociado a cualquier tipo de prueba que se realice. Conocimos la importancia de establecer este parámetro previa realización de las pruebas estadísticas. Diferenciamos entre cómo se expresa el error de cometer falsos positivos (error tipo I) y de cometer falsos negativos (error tipo II). Finalmente, es importante reconocer que hay una amplia variedad de pruebas, por lo cual un ajuste adecuado según los datos es clave para un resultado óptimo.

Bibliografía

- Altman, Douglas *et al.*, “Standard deviations and standard error”, *Bmj*, 2005, vol. 331, núm. 7521, pp. 903.
- Bautista-Díaz, Leticia *et al.*, “Pruebas estadísticas paramétricas y no paramétricas, su clasificación, objetivos y características”, *Educación y salud. Boletín científico del Instituto de Ciencias de la Salud*. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 2020, vol. 9, núm. 17, pp. 78-81.
- Casella, George *et al.*, *Statistical inference*, Thomson Learning Inc., 2002.
- Dagnino, Jorge, “Inferencia estadística: pruebas de hipótesis”, *Rev. Chil. Anest.*, 2014, vol. 43, pp. 125-128.
- Díaz, Pértegas *et al.*, “Cálculo del poder estadístico de un estudio”, *Cad. Atención Primaria*, 2003, vol. 10, pp. 59-63.
- Flores-Ruíz, Eric *et al.*, “El protocolo de investigación VI: cómo elegir la prueba estadística adecuada. Estadística inferencial”, *Revista Alergia México*, 2017, vol. 64, núm. 3, pp. 364-370.
- Greenland, Sander *et al.*, “Statistical tests, P values, confidence intervals, and power: a guide to misinterpretations”, *European journal of epidemiology*, 2016, vol. 31, núm. 4, pp. 337-350.
- Hájek, Alan *et al.*, *The Oxford handbook of probability and philosophy*, Oxford University Press, 2016.
- Hogg, Robert *et al.*, *Probability and statistical inference*, Pearson, 2015.

INEGI, “Estadísticas a propósito del día de la madre (10 de mayo). Datos nacionales”, Comunicado de Prensa núm. 257/23, 8 de mayo de 2023. Disponible en: «https://www.inegi.org.mx/contenidos/saladeprensa/aproposito/2023/EAP_10Mayo23.pdf». [Consultado en septiembre 2024].

INEGI. Encuesta Nacional de la Dinámica Demográfica (ENADID) 2022. Ciudad de México: Instituto Nacional de Estadística y Geografía, 2022. Disponible en: «<https://www.inegi.org.mx/programas/enadid/2023/>». [Consultado en septiembre de 2024].

Johnson, Richard *et al.*, *Applied multivariate statistical analysis*, Prentice Hall, Pearson, 2007.

Lee, Dong Kyu *et al.*, “Standard deviation and standard error of the mean”, *Korean journal of anesthesiology*, 2015, vol. 68, núm. 3, pp. 220-223.

Molina, Manuel, “¿Qué significa realmente el valor de p?”, *Pediatría Atención Primaria*, 2017, vol. 19, núm. 76, pp. 377-381.

Mood, Alexander, *Introduction to the theory of statistics*, McGraw-Hill, 1950.

Nimon, Kim, “Statistical assumptions of substantive analyses across the general linear model: a mini-review”, *Frontiers in psychology*, 2012, vol. 3, pp. 322.

Özdemir, Durmus, “Applied Statistics for Economics and Business”, *Springer*, 2016.

Rivas-Ruiz, Rodolfo *et al.*, “Pertinencia e impertinencia de los gráficos en la investigación clínica”, *Revista alergia México*, 2021, vol. 67, núm. 4.

Sander, Greenland *et al.*, “Statistical tests, P values, confidence intervals, and power: a guide to misinterpretations”, *European journal of epidemiology*, 2016, vol. 31, núm. 4, pp. 337-350.

Wasserman, Larry, *All of statistics: A concise course in statistics inference*, Springer, 2004.

Wasserstein, Ronald *et al.*, “ASA statement on statistical significance and P-values”, *The theory of statistics in psychology*, 2020, pp. 1-10.

Precedentes emitidos por la SCJN

Amparo directo en revisión 5672/2021. Ministra Ponente Ana Margarita Ríos Farjat, 29 de marzo de 2023.

Amparo en revisión 265/2021. Ministro Ponente Jorge Mario Pardo Rebolledo, 23 de febrero de 2022.

Controversia constitucional 53/2011. Ministro Ponente Luis María Aguilar Morales, 3 de julio de 2013.

La formación editorial de esta obra fue elaborada por la Dirección General de la Coordinación de Compilación y Sistematización de Tesis. Se utilizaron tipos ITC Berkeley de 10 y 11 puntos, Futura 12, 13 y 19 puntos. Noviembre de 2024.

En un contexto donde las decisiones judiciales se enfrentan a la necesidad de interpretar y utilizar datos complejos, este libro ofrece una guía para entender el papel de la estadística en el ámbito jurídico. A través de cuatro capítulos, se exploran algunas de las herramientas estadísticas más frecuentes y su aplicación en sentencias emitidas por la Suprema Corte de Justicia de la Nación.

Desde la interpretación de gráficos hasta la estadística inferencial, cada capítulo proporciona ejemplos prácticos extraídos de casos reales. La obra aborda cómo conceptos estadísticos como las medidas de tendencia central, los intervalos de confianza y las pruebas de hipótesis, entre otros, son elementos que pueden ayudar en la construcción y argumentación de decisiones judiciales.

Este libro busca ser una herramienta para quienes quieren comprender y aplicar la estadística en el proceso judicial, ofreciendo una referencia de conceptos que pueden ser utilizados para la toma de decisiones informadas y fundamentadas en datos. Ofrece un puente entre el derecho y la ciencia, contribuyendo al entendimiento de cómo la justicia puede beneficiarse del uso riguroso de la información estadística.

Acompañado de ejemplos actuales y casos representativos, esta obra no solo brinda una introducción a la estadística aplicada al derecho, sino que también promueve una interpretación fundamentada desde la perspectiva del análisis de datos.

